

Mathematische Grundlagen *

Vorlesung 14 – Lösungen

1. (a) $x_c = y_c = 0, e^2 = 4, x_f = \pm 2, y_f = 0$
 (b) $x_c = 2, y_c = -3, e^2 = 2, x_f = 2 \pm \sqrt{2}, y_f = -3$

$$2. r(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2}}} = \frac{b}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \cos^2 \varphi}}$$

$$3. x_f = 0, y_f = \frac{1}{4}$$

4. ♡
 $y = \frac{1}{4}x^2$

(a) $y'(2) = 1$

Tangente ist um $\arctan 1 = \pi/4$ geneigt.

\Rightarrow Reflektierter Strahl läuft waagrecht.

$\Rightarrow y(2) = 1 = \text{Brennweite.}$

- (b) Tangentensteigung in (x, y) : $\tan \phi_t = y' = \frac{1}{2}x$
 Steigung des reflektierten Strahls: $\tan \phi_r = \frac{y-1}{x}$
 Reflexionsgesetz verlangt $\phi_t = \frac{1}{2}(\phi_r + \pi/2)$

$$\begin{aligned} \tan 2\phi_t &= \frac{2 \tan \phi_t}{1 - \tan^2 \phi_t} = \frac{x}{1 - \frac{x^2}{4}} \\ \tan(\phi_r + \pi/2) &= -\cot \phi_r = -\frac{x}{y-1} = -\frac{x}{\frac{x^2}{4} - 1} \\ \Rightarrow 2\phi_t &= \phi_r + \pi/2 \end{aligned}$$

Aufgaben mit ♡ sind für Liebhaber, ihre Lösung ist nicht nötig zum Verständnis der "Mathematischen Grundlagen".

*<http://www-com.physik.hu-berlin.de/~bunk/mathgrund>