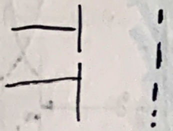
Fraunhoferbeugung am Spalt

$\sin(B) = \sin(\pi b \sin\Theta_{min} / \lambda) = 0$

$\sin\Theta_{min} = \pm\frac{\lambda}{b}, \pm\frac{2\lambda}{b}, \dots, \frac{m\lambda}{b}$ b - Spaltbreite

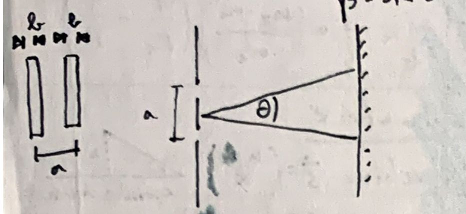
$\sin\Theta_{max} \simeq \frac{2n+1}{2}\frac{\lambda}{b}$



Doppelspalt

$$\frac{I_{DS}(\beta)}{I_{DS}(0)} = \cos^2(k\beta a/2)\,\frac{\sin^2(k\beta b/2)}{(k\beta b/2)^2}$$

$\beta = \sin\Theta$



Gitter

$$\frac{I_{Gitter}(\sin\Theta)}{I_{Gitter}(0)} = \frac{\sin^2(Nk\frac{a}{2}\sin\Theta)}{N^2\sin^2(k\frac{a}{2}\sin\Theta)}$$

Lage Hauptmaxima

$a(\sin\Theta - \sin\Theta_0) = \pm n\lambda$

Gitter-konstante, Beugungs-Winkel, Eingangs Winkel, Ordnung

Auflösungsvermögen $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{nN}$ Anzahl beleuchteter Gitter

Gittergleichung Littrow-Anordnung $2a\sin\Theta = n\lambda$

Bragg-Beziehung $2d\sin\varphi = m\cdot\lambda$

Kohärenzlänge Licht $l_c = t_c\, c_{Licht}$

Kohärenz-länge, -zeit

Fabry-Perot-Interferometer

Frequenzabstand in Abhängigkeit der Spiegelabstände L

$\Delta f = \frac{c}{2nL}$ | Durchmesser der Interferenz Ringe $\Delta s = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$

Δs optische Weglänge $\Delta\phi = \frac{2\pi\,\Delta s}{\lambda}$

Interferenz

- Gleiche Frequenz:

$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$

$\tan\varphi = \frac{a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2}$

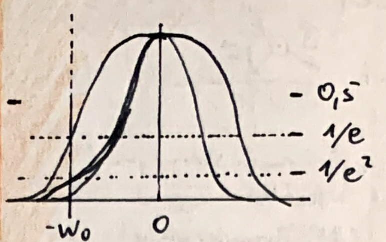
$A_{Gitter}: \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = n\cdot N$

Rayleigh-Kriterium zwei Spektrallinien lassen sich gerade noch trennen, wenn Max der einen auf 1. Interferenz-Beugungs-Min der anderen fällt

Auflösung eines Fernrohrs $\varepsilon > \Delta\psi = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$

Auflösung eines Microskop $d \geq 0{,}61\,\frac{\lambda}{A_{num}}$

Gauß-Strahlen

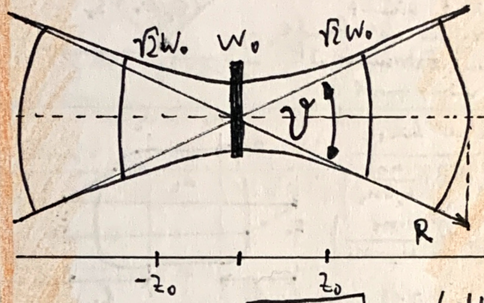


bei W_0 ist Feldstärke auf $1/e$, ist Intensität auf $1/e^2$

$U_p(x,y,z) = \frac{q(0)}{q(z)}U_0\exp\left(ikz + i\frac{k\varrho^2}{2q(z)}\right)$

$q(z) = z - iz_0 = z - i\frac{kW_0^2}{2}$; $z_0 = \frac{kW_0^2}{2}$

Gouy-Phase $\phi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)$

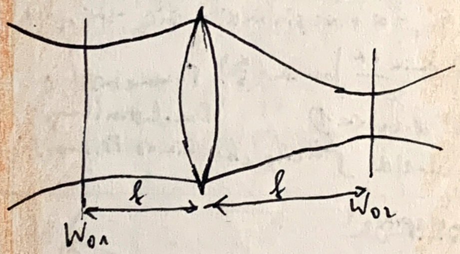


$W(z) = W_0\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}$ $z_0 = \frac{k\cdot W_0^2}{2}$

$|z| \gg z_0$ $W(z) = \left|\frac{W_0}{z_0}z\right|$ $z_0 = \frac{\pi\,\omega_0^2}{\lambda}$

$R(z) = \frac{z_0^2 + z^2}{z} \simeq z$

$\vartheta \approx \frac{2W(z)}{z} \approx \frac{2}{z}\frac{W_0}{z_0}z = \frac{2W_0}{kW_0^2/2} = \frac{2\lambda}{\pi W_0}$



Matrixformalismus, komplexer Krümmungsradius q

$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i\frac{\lambda}{\pi\,\omega(z)}$

$q_2 = \frac{C + Dq_1}{A + Bq_1}$ $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = \begin{pmatrix} E_{x0}\cos(kz - \omega t) \\ E_{y0}\cos(kz - \omega t + \varepsilon) \\ 0 \end{pmatrix}$

Polarisation, falls $\varepsilon = 0$:

Linear Polarisiert!

$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{x0} \\ E_{y0} \\ 0 \end{pmatrix}\cos(kz - \omega t) = \vec{E}_0\cos(kz - \omega t)$

ebenfalls $\varepsilon = (2n+1)\pi$

da $\cos(\psi) = -\cos(\psi + (2n+1)\pi)$ und lin. Polarisiert

Zirkular Polarisiert

$E_{x0} = E_{y0} = E_0$ $\varepsilon = \pi/2 + m\pi$

$\vec{E} = E_0\begin{pmatrix} \cos(kz - \omega t) \\ \cos(kz - \omega t + \pi/2 + m\pi) \\ 0 \end{pmatrix} = E_0\begin{pmatrix} \cos(kz - \omega t) \\ \pm\sin(kz - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$

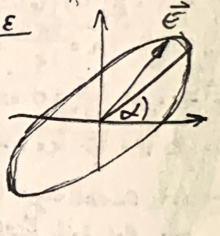
$\varepsilon = -\pi/2 + 2m\pi$ - rechtszirkular

$\varepsilon = \pi/2 + 2m\pi$ linkszirkular

Drehimpulsübertragung

$\Delta L = \frac{W}{\omega} = \frac{\text{absorbierte Energie}}{\text{Kreisfrequenz}}$

$\tan(2\alpha) = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$



falls $\alpha = 0$

=> Hauptachsen Ellipse

$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} = 1$

$D_i = \varepsilon_0\varepsilon_i E_i$ $E_i = \frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_i}D_i$

$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}(n_L - n_R)$ Polarisationsdrehung bei optischer Aktivität

$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2} - (\chi_1 + 1)\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0\frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2}$

Nichtlineare Gleichung

Quantenphänomene

Photoeffekt: $E_{kin}(\nu) = h\nu - A$ Einsteingleichung

$E_{kin}(\nu) = -eU_0(\nu)$

Planck'sches Wirkungsquantum $h = 4.136\cdot10^{-15}\,eVs = 6{,}63\cdot10^{-34}\,Js$

$1\,eV = 1{,}6\cdot10^{-19}\,J$

Energie eines Photon $W_{ph} = h\cdot\nu = \frac{hc}{\lambda}$

$I = N\cdot h\nu$ mit $N = \frac{\text{Zahl Photon}}{\text{Fläche}\cdot\text{Zeit}}$

Impuls eines Photon $p_{ph} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Drehimpuls eines Ph. $|\vec{S}_{ph}| = \hbar = \frac{h}{2\pi}$

$m_{ph} = W_{ph}/c^2 = h\nu/c^2$

$v = c$ bzw. $v = c/n$

$E[eV] = \frac{1240}{\lambda[nm]}$ $\lambda_{dB} = h/p_T$ de Broglie-Wellenlänge

$I_{photo} = e\cdot\frac{dn_{el}}{dt} = e\cdot\eta\cdot\frac{P_L}{h\nu}$

Stefan-Boltzmann-Gesetz $\mathcal{L} = \int_0^\infty L_{ges}(\nu, T)\,d\nu = \sigma\cdot T^4$

$\sigma = 5{,}67\cdot10^{8}\,\frac{W}{m^2K^4}$ T - Temperatur

Verschiebungsgesetz $\lambda_{max}\cdot T = 0{,}29\,cmK$

$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$

$u(\nu, T)\,d\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}\,d\nu$

λ^2-Gesetz $U_\lambda(\lambda) = \frac{\nu^2}{c}u_\nu(\nu)$

$\varepsilon_0 = 8{,}854\cdot10^{-12}\,\frac{As}{Vm}$ $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}\,kg$

$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{N}{A^2}$ $m_p = 1{,}672\cdot10^{-27}\,kg$

Maxwell Gleichungen

in Optik: nichtmagnetische, nichtleiter

$\Rightarrow \mu = 1 \quad \rho = 0 \quad \vec{j} = 0$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \left[\vec{\nabla} \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\right]$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \Big| \; \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \; \Big| \; \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \Big| \; \left[\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right]$

$\Rightarrow \vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) + (\vec{\nabla}\vec{\nabla})\vec{E}$

$\Delta \vec{E} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta \vec{E} - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$

$\Delta \vec{B} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \qquad\qquad \Delta \vec{B} - \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$

$\varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{v_{ph}^2} \Rightarrow v_{ph} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} c \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \; \Big| \; n = \sqrt{\varepsilon}$

Wellengl

Einfache Lösung: mit $\vec{k}$ als Wellenvektor in Ausbreitungsrichtung

$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)$

$k = \frac{2\pi n}{\lambda} \; \Big| \; \lambda = \frac{2\pi n}{k} = \frac{c}{\nu}$

$\Delta \vec{E} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow \vec{k}^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{n^2 \omega^2}{c^2}$

$\omega = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{T} \qquad c = \lambda \nu = \frac{\lambda \omega}{2\pi}$

Komplexe Darstellung: $\vec{E}_c(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0c} \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)]$

nur Realteil $\vec{E}(\vec{r}, t) = \mathrm{Re}[\vec{E}_c(\vec{r}, t)] = \frac{1}{2}[\vec{E}_c \cdot \vec{E}_c^*]$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} \propto \vec{k} \cdot \vec{D} = 0 \Rightarrow \vec{k} \perp \vec{D} \qquad \vec{E} \perp \vec{B}$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} \propto \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{k} \perp \vec{B} \qquad \vec{D} \perp \vec{B}$

$|\vec{E}| = \frac{c}{n} |\vec{B}| = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu_0}} |\vec{B}|$

$\vec{S}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B}) = \varepsilon_0 c^2 (\vec{E} \times \vec{B})$ | Poynting Vektor (Maß und Richtung von Energie)

$I = \langle|\vec{S}|\rangle = \varepsilon_0 n c \langle|\vec{E}|^2\rangle$ Lichtintensität.

Intensität: mittlere Lichtenergie pro Zeit pro Fläche

oder $\langle|\vec{E}|^2\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T |E_0|^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi)\, dt = \frac{1}{2}|E_0|^2$

$I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 n c |E_0|^2 \; \left[\frac{W}{m^2}\right] \; \Big| \; P_s = \frac{I}{c}$ Strahlendruck

Phasengeschwindigkeit v eines Punktes mit Φ_0

$\Phi(z, t) = \omega_0 t - k_0 z(t) = \Phi_0 \quad \Big| \; \varepsilon_0 c = \frac{1}{Z_0}$

Z_0 Vakuumimpedanz

$v_{ph} = \frac{dz(t)}{dt} = \frac{\omega_0}{k_0} = \frac{c}{n}$

Dipolmoment

$v_{gr} = \left(\frac{d\omega}{dk}\right) = \frac{c}{n} - \frac{k \cdot c}{n^2}\frac{dn}{dk} \quad \Big| \; \vec{p} = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 \vec{E}$

$\frac{1}{v_{gr}} = \frac{1}{v_{ph}}\left(1 - \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)$

Realer Brechungsindex bewirkt Brechung

imaginärer Brechindex bewirkt Absorption

z = Schichttiefe des Mediums

$I(z) = I(0) \cdot \exp(-az) \qquad \gamma$ - Dämpfung

$a = \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m c} \frac{\gamma \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \qquad N$ - Teilchendichte

Stetigkeit

Komponente der E- und B-Felder stetig an Grenzfläche

Für alle Zeiten, Orte an Grenzfläche:

$\omega_e t - \vec{k}_e \vec{r} = \omega_r t - \vec{k}_r t = \omega_t t \cdot \vec{k}_t \vec{r}$

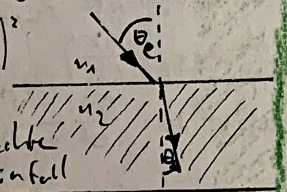
Der Wellenvektor des reflektierten Lichtes liegt in der Einfallsebene.
Weiterhin: Einfallswinkel θ_e = Ausfallswinkel θ_r

$n_e \sin(\theta_e) = n_t \sin\theta_t$ Snellius Brechungsgesetz

$R = \frac{I_r}{I_e} = \left(\frac{n_e - n_t}{n_e + n_t}\right)^2$

Reflexionsgrad

Für senkrechten Lichteinfall



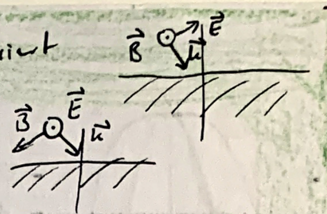
Fresnelsche Formeln

$r_\perp = \frac{E_{r\perp}}{E_{e\perp}} = \frac{n_e \cos\theta_e - n_t \cos\theta_t}{n_e \cos\theta_e + n_t \cos\theta_t} = -\frac{\sin(\theta_e - \theta_t)}{\sin(\theta_e + \theta_t)}$

$r_\parallel = \frac{n_t \cos\theta_e - n_e \cos\theta_t}{n_t \cos\theta_e + n_e \cos\theta_t} = +\frac{\tan(\theta_e - \theta_t)}{\tan(\theta_e + \theta_t)}$

Parallel polarisiert
p-polarisiert

s-polarisiert



$T = 1 - |r|^2$ Transmissionsgrad

$R = |r|^2$ Reflexionsgrad

$\theta_B = \arctan\left(\frac{n_t}{n_e}\right)$ Brewsterwinkel
$\Rightarrow$ totale Transmission

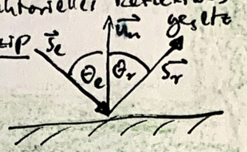
$\theta > \theta_T = \arcsin\left(\frac{n_t}{n_e}\right)$ Winkel Totalreflexion

Streuung an sehr kleinen Teilchen

$\sigma = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m c^2}\right)^2 \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}$

$\vec{S}_r = \vec{S}_e + 2\vec{u}_n \cos\theta_e = \vec{S}_e - 2(\vec{S}_e \cdot \vec{u}_n)\vec{u}_n$

Vektorielles Reflexionsgesetz



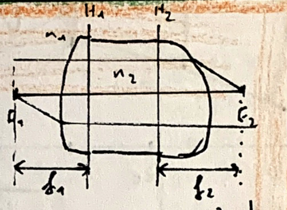
Fermatsches Prinzip

Licht nimmt Weg der aller Pfade ein Extremum ist min/max

Dicke Linse

$f_1 = R\left(\frac{n_1}{n_1 - n_2}\right)$

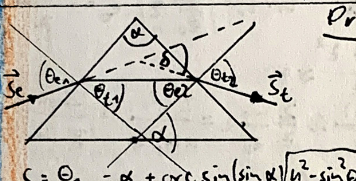
$f_2 = R\left(\frac{n_2}{n_2 - n_1}\right)$



b_1 ist Bildweite

$\frac{1}{g} + \frac{1}{g} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{(n_2 - n_1)^2 + d}{n_1 n_2 R_1 R_2}$

Prisma

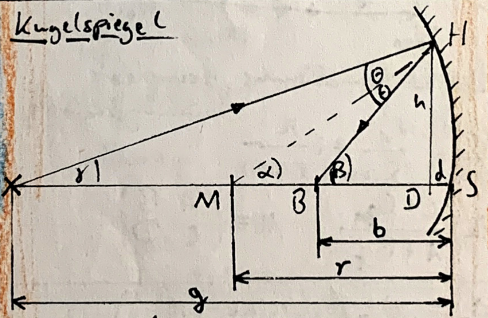


$\delta = \theta_{e1} - \alpha + \arcsin\left(\sin\alpha \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_{e1}} - \sin\theta_{e1}\cos\alpha\right)$

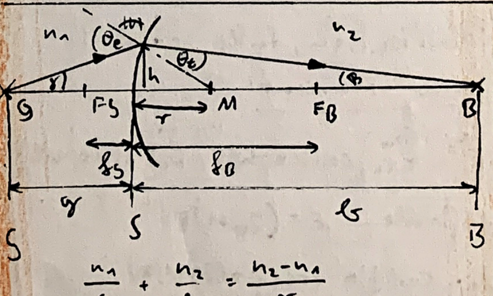
$\sin\left(\frac{\delta_{min} + \alpha}{2}\right) = n \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ Symmetrische Durchstrahlung eines Prismas

für $\alpha \cdot n \ll 1$
$\delta = (n-1)\alpha$ } Keilplatte

Kugelspiegel



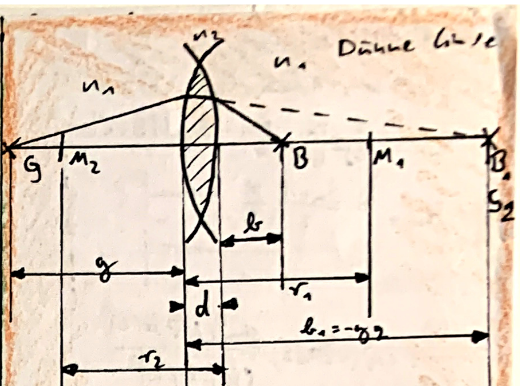
$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$



$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$

Kugeloberfläche

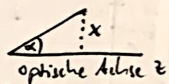
Dünne Linse



$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

Strahlmatrix

Strahlvektor $\vec{S} = \begin{pmatrix} n\alpha \\ x \end{pmatrix}$



Dünne Linse: $\overleftrightarrow{L} = \begin{pmatrix} 1 & -1/f \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Transmission $\overleftrightarrow{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d/n & 1 \end{pmatrix}$

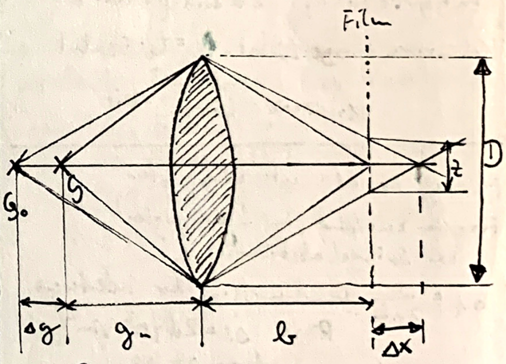
allg. Linse $\begin{pmatrix} 1 & -P_{bc} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d/n_b & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -P_{ab} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\vec{S}_a$

$P_{ab} = (n_b - n_a)/r_{ab}$

Dicke Linse mit n_2 außen $n_1 = 1$

f_1 linksseitig
f_2 rechtsseitig
$\begin{pmatrix} 1 & -1/f_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1/f_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

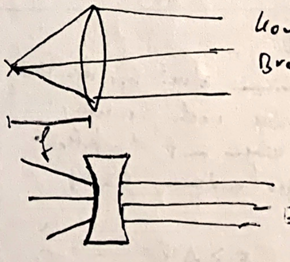
Objektive



$Z = \frac{D}{b} \cdot \Delta x \qquad Z$: Zirk of Confusion

Objektiv angegeben in: $1 : F = D/f$
$\Rightarrow F = \frac{f}{D}$

Brechkraft: $D = \frac{1}{f}$ in $1\,\mathrm{dpt} = 1\,\frac{1}{m}$



konvex
Brennpunktstrahl
$\Rightarrow$ Parallelstrahl

konkav
~~Brennpunktstrahl~~
$\Rightarrow$ parallelstrahl