Übungen zur Einführung in die Festkörperphysik SS14

Vorlesung: Prof. S.F. Fischer; Übungen: Dr. R. Mitdank, S. Weidemann

Aufgaben zur 10. Übung – Besprechung am 25.06.14

33. Effektive Masse in Silizium und Graphen

Die E(k)-Struktur von Silizium in der Nähe des Leitungsbandminimums kann ausgedrückt werden durch

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_o) + \frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{m_t} + \frac{k_z^2}{m_l}\right) \quad k_i \equiv (\vec{k} - \vec{k}_o)_i .$$

Der Vektor $\vec{k}_o$ weist auf den X-Punkt der Brillouinzone. Im Falle von Graphen gilt

$$E(\vec{k} - \vec{k}_o) = \hbar v_F (k - k_0) \quad ,$$

wenn $\vec{k}_o$ auf den K-Punkt der Brillouinzone weist. Die Fermigeschwindigkeit v_F beträgt hier ca. 10^6 m/s.

a) Was bedeutet X-und K-Punkt? Nennen Sie weitere ausgezeichnete Punkte und notieren Sie die entsprechenden Richtungen im k-Raum.

b) Berechnen Sie die effektiven Massen für Silizium und Graphen. Vergleichen Sie die Resultate bei Anwendung der Beziehung $m_{ij}^{-1} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i \partial k_j}$ mit der Relation $m_i^{-1} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{1}{k_i}\frac{\partial E}{\partial k_i}$.

c) Diskutieren Sie die Unterschiede in den Ergebnissen sowie das Konzept der effektiven Masse. Der K-Punkt heißt im Falle von Graphen auch Dirac-Punkt. Warum ist dies so? Verwenden Sie bei der Diskussion auch die Beziehung $E = \sqrt{c^4 m^2 + p^2 c^2}$.

34. Bandüberlappung, Zustandsdichte

Die Energiebänder eines Halbmetalls seien gegeben durch

$E_1(k) = E_1(k_0) + \hbar^2(k - k_0)^2/2m_1$; $m_1 = 0{,}06\ m_e$

$E_2(k) = E_2(0) - \hbar^2 k^2/2m_2$; $m_2 = 0{,}18\ m_e$

$E_2(0) - E_1(k_0) = E_ü$; $E_ü = 0{,}1$ eV

Dabei ist $E_2(0) > E_1(k_0)$. Ohne Bänderüberlappung wäre das Material ein Halbleiter.

a) Zeichnen Sie die beiden Energiebänder und skizzieren Sie die Gesamt-Zustandsdichte $D(E) = D_1(E) + D_2(E)$.

b) Man berechne für $T = 0$ die Fermi-Grenzenergie $\mu(0) = E_F$ mit $E_1(k_0)$ als Bezugspunkt für E_F.

Hinweis: Infolge der Bänderüberlappung entstehen N_L Löcher im Band 2, da N_e Elektronen ins Band 1 übertreten; es gilt $N_L = N_e$.

35. Auslöschung von Röntgenreflexen in kubischen Substanzen

Der "Strukturfaktor" F_{hkl} eines Gitters liefert Informationen über die Intensität auftretender Reflexe (von Röntgen-, Elektronen- oder Neutronenstrahlen). Für die Intensität *I* eines Reflexes mit den Indizes (hkl) gilt dabei $I_{hkl} \sim |F_{hkl}|^2$.

Der Strukturfaktor beschreibt die Wirkung von Interferenzen im Innern von Einheitszellen und ist durch $F_{hkl} = \sum_j f_j \exp\left[2\pi i\left(h\rho_j + k\sigma_j + l\tau_j\right)\right]$ gegeben. Hierin ist die Position eines Atoms j durch

$\vec{r}_j = \rho_j \vec{a}_1 + k_j \vec{a}_2 + l_j \vec{a}_3$ beschrieben, während f_j den atomaren Streufaktor von Atomen der Sorte j darstellt.

Den Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ entsprechen primitive Translationen des Kristallgitters.

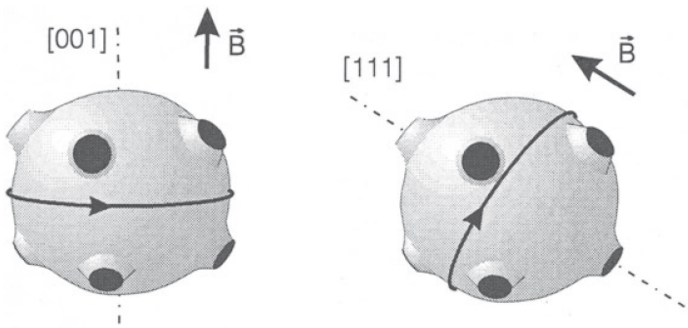
Für welche Werte von $\Sigma = h^2 + k^2 + l^2$ sind im Falle eines primitiv kubischen (sc), eines innenzentriert kubischen (bcc), bzw. eines flächenzentriert kubischen Gitters (fcc) Röntgenreflexe zu erwarten? (Diskutieren Sie die Werte von Σ im Intervall $1 \leq \Sigma \leq 20$.

36. De Haas - van Alphen Effekt in Gold

Gold besitzt eine Ladungsträgerdichte von $n = 5{,}90 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}.

a) Betrachten Sie das Elektronengas von Gold als ein System freier Elektronen, und schätzen Sie ab, welche Größe für die Extremalfläche der Fermikugel von Gold zu erwarten ist.

b) Das Experiment liefert für ein in [001]-Richtung eines Gold-Einkristalls orientiertes Magnetfeld Oszillationen mit der Periode $\Delta(1/B) = 1{,}95 \cdot 10^{-5}$ T^{-1} . Weist das Magnetfeld dagegen in [111]-Richtung, so werden zwei sich überlagernde Oszillationen beobachtet, welche die Perioden $2{,}05 \cdot 10^{-5}$ T^{-1} bzw. $6 \cdot 10^{-4}$ T^{-1} besitzen. Berechnen Sie jeweils die Größe der dazugehörigen Extremalfläche A_k, und interpretieren Sie die Ergebnisse anhand der in der Abbildung dargestellten Fermifläche von Gold.



Quelle: Lux-Steiner, S.106