Übungen zur Einführung in die Festkörperphysik SS14

Vorlesung: Prof. S.F. Fischer; Übungen: Dr. R. Mitdank, S. Weidemann

Aufgaben zur 8. Übung – Besprechung am 11.06.14

27. Quantenkorrekturen zum Dulong-Petit'schen Gesetz

a) Berechnen Sie den Grenzfall des Debye Modells der spezifischen Wärme für sehr hohe Temperaturen. Zeigen Sie die Gültigkeit der Dulong-Petit'schen Regel.

b) Berechnen Sie die innere Energie und spezifische Wärme von Phononen in der Hochtemperatur-Entwicklung bis zu Beiträgen proportional zu $1/T$ bzw. $1/T^2$.

(Hinweis: Entwickeln Sie den Exponentialterm der Bosefunktion bis zu Gliedern 3. Ordnung).

28. Thermische Leitfähigkeit

Diskutieren Sie die Temperaturabhängigkeit der thermischen Leitfähigkeit eines Isolators im Rahmen des Debye-Modells für sehr hohe und sehr niedrige Temperaturen unter folgenden Voraussetzungen:

a) Bei sehr hohen Temperaturen sei die mittlere freie Weglänge Λ der Phononen proportional zu $1/T$.

b) Bei sehr niedrigen Temperaturen sei Λ temperaturunabhängig.

c) Ermitteln Sie die longitudinale und transversale Komponente der Schallgeschwindigkeit in Silizium aus der Phononendispersion in Γ-X-Richtung (siehe Abbildung im Anhang). Die Gitterkonstante beträgt a_o = 0,543 nm.

d) Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge Λ in Silizium bei T = 300 K für eine Wärmeleitfähigkeit von λ = 150 W/(mK) und unter der Voraussetzung der Gültigkeit des Dulong Petit'schen Gesetzes. Die mittlere Schallgeschwindigkeit ermitteln Sie jetzt unter Verwendung der longitudinalen Komponente mit v_{LA} = 7180 m/s und den transversalen Komponenten mit v_{TA} = 2670 m/s. Die Dichte beträgt ρ = 2,336 kg/m³.

29. Thermische Ausdehnung

Betrachten Sie 2 Atome, die bei kleine Auslenkungen x aus der Ruhelage r_o mittels des anharmonischen Potentials U wechselwirken: $U(x = r - r_o) = \frac{1}{2}\beta x^2 - \frac{1}{3}\gamma x^3$. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Atom aus der Ruhelage x = 0 um den Betrag x versetzt wird, sei gegeben durch $f(x) = A\exp(-U/k_B T)$.

a) Zeigen Sie unter Anwendung der Normierungsbedingung $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$, das sich der Betrag der Konstanten A für kleine Auslenkungen zu $A = \sqrt{(\beta/(2\pi k_B T))}$ ergibt.

b) Berechnen Sie die mittlere Versetzung aus der Ruhelage x_m (Mittelwert von x) als Funktion der Temperatur.

c) Zeigen Sie, dass für den Ausdehnungskoeffizienten α gilt:

$$\alpha \equiv \frac{x_m}{a_o T} = \frac{\gamma k_B}{a_o \beta^2}$$ gilt ($a_o = r_o$ ist die Gitterkonstante).

d) Für einen monovalenten Ionenkristall gelte das Kraftgesetz (F = -grad U) $F = -\frac{e^2}{r^2} + \frac{B}{r^{10}}$

Berechnen Sie zunächst B und danach unter Verwendung von $r = a_o + x$ die Koeffizienten β und γ. Anschließend geben Sie den Ausdruck für den Ausdehnungskoeffizienten an.
Berechnen Sie α für a_o = 0,3 nm.

Material zu Aufgabe 28

Si crystallizes in the diamond lattice with $p = 2$ atoms per cell. The figure below shows the Brillouin zone of such a cubic crystal.

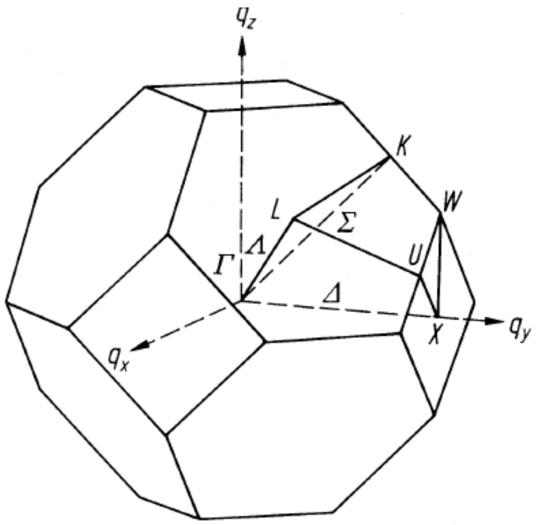

Figure 5.11: Brillouin zone of cubic crystals. Some points and lines of high symmetry are drawn. Γ denotes the center $(0,0,0)$, the point X is given by $\frac{2\pi}{a}(0,1,0)$, the point L by $\frac{\pi}{a}(1,1,1)$ and the point K by $\frac{3\pi}{2a}(0,1,1)$ [from Bergmann-Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 6 Festkörperphysik* (1992); Abb.1.18].

Due to $p = 2$, silicon has 6 phonon branches which are degenerate along the lines Δ and Λ.

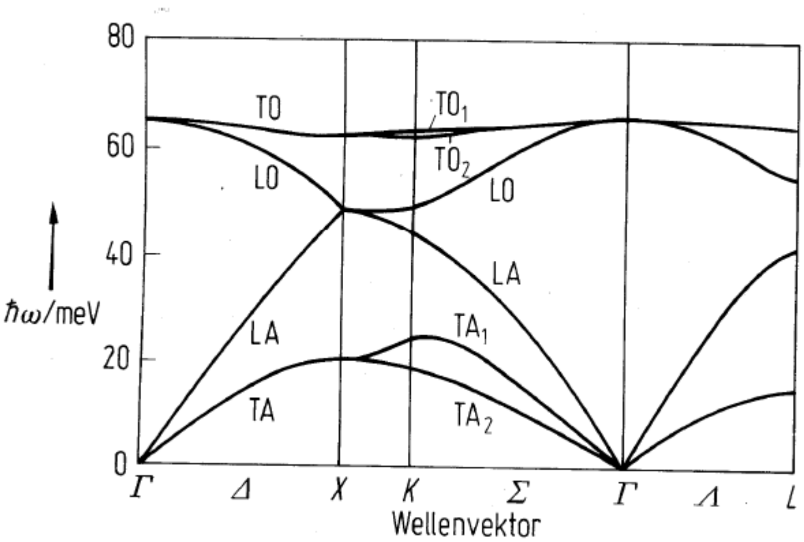

Figure 5.12: Dispersion of phonons in Si. Shown is the phonon energy $\hbar\omega$, with phonon frequency ω. Γ, X, K and L denote different points and Δ, Σ and Λ different lines in the Brillouin zone, as defined in fig. 5.4. Extending the line ΓK outside the Brillouin zone one reaches a point which is equivalent to X. L and T means longitudinally and transversely polarized wave, respectively, A, acoustical wave, and O optical wave. [from Bergmann-Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 6 Festkörperphysik* (1992); Abb.1.19].