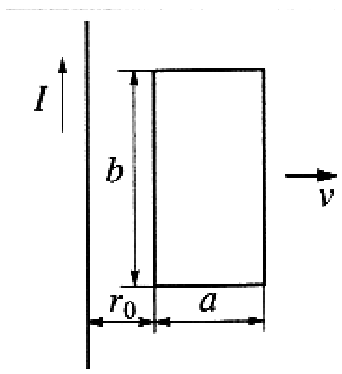
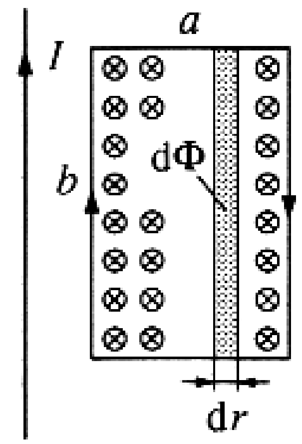
Lorentzkraft und Induktionsgesetz

In der folgenden Abbildung ist eine Leiterschleife skizziert, die sich in einem Magnetfeld befindet, das von einem stromdurchflossenen Draht erzeugt wird:





Auf die ruhende Leiterschleife mit dem Querschnitt S = ab wirkt keine Lorentzkraft, da kein Strom durch den Leiter fließt. Bewegt man jedoch die Schleife mit der Geschwindigkeit v, so bewegen sich auch die Leitungselektronen mit derselben Geschwindigkeit. Auf jedes Leiterelement am Ort r wirkt daher eine Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q\vec{v}\times\vec{B}$$

Wie aus obiger (rechten Skizze) ersichtlich, wirkt die Kraft in Richtung der Längsseiten b. Die resultierende Lorentzkraft erhält man schließlich aus der Differenz der Kräfte im Abstand r und r + a :

$$\Delta\vec{F} = q\vec{v}\times\left[\vec{B}(r+a)-\vec{B}(r)\right]$$

bzw. für den Betrag:

$$\Delta F = qv\left[B(r+a)-B(r)\right]$$

Da sich der Ort r entsprechend der Geschwindigkeit v ändert, ist B eine Funktion der Zeit t. Auch a kann eine Funktion von t sein, falls sich der Querschnitt S der Leiterschleife mit der Zeit ändert.

Die Kraftdifferenz ΔF führt zu einer Beschleunigung der Ladung q im Leiter und damit zu einem Stromfluss. Dieser Strom kann z.B. mittels $j = \sigma E$ einem elektrischen Feld und einem Spannungsabfall über der Leiterschleife zugeordnet werden. Das elektrische Feld wächst solange an, bis Kräftegleichgewicht zwischen Lorentzkraft und elektrischer Feldkraft herrscht:

$$q\Delta\vec{E} + \Delta\vec{F}_L = 0$$

Das elektrische Feld wirkt in Richtung der Längsseite b und erzeugt eine Potentialdifferenz

$$U = \Delta E \cdot b = -bv\Delta B$$

Wegen

$$B(r+a) = B(r) + \frac{dB}{dr}a + ...$$

erhält man

$$U = -bv\frac{dB}{dr}a = -b\frac{dr}{dt}\frac{dB}{dr}a = -\frac{dB}{dt}(ba)$$

Sind auch a und b zeitabhängig, so gilt allgemeiner

$$U = -\frac{d}{dt}(SB) = -\frac{d\Psi}{dt}$$

Für das skizzierte Beispiel erhalten wir für die induzierte Spannung unter Verwendung von

$$B(r) = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

nach dem Einsetzen in $U = Eb = -bv\Delta B$:

$$U = -\frac{\mu_0 Ibv}{2\pi}\left[\frac{1}{r_0 + vt + a} - \frac{1}{r_0 + vt}\right]$$

oder

$$U = \frac{\mu_0 abvI}{2\pi(r_0 + vt)(r_0 + vt + a)}$$

Die Berechnung von U(t) unter Verwendung des zeitabhängigen Flusses Ψ(t) ist Gegenstand der Übungsaufgabe 25.