

Diskriminierung von Top-Ereignissen aus dem $W+Jets$ -Untergrund mittels Shape-Variablen bei ATLAS

BACHELORARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science (B. Sc.)
im Fach Physik



eingereicht an der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I
Institut für Physik
Humboldt-Universität zu Berlin

von

Herrn Robert Riemann
geboren am 06.06.1988 in Berlin

Betreuung:

1. *Dr. Ulrich Husemann*
2. *Prof. Dr. Thomas Lohse*

Inhaltsverzeichnis

1. Vorbetrachtungen	1
1.1. Ziel der Teilchenphysik	1
1.2. LHC und ATLAS	1
1.3. Der ATLAS-Detektor	3
1.4. Eigenschaften des Top-Quarks	6
1.5. Zerfallskanäle des $t\bar{t}$ -Prozesses	7
1.6. Messung des Wirkungsquerschnitts (Untergrundprozesse)	8
1.7. Funktionsweise des MC-Generators	9
1.8. Verwendete Simulations-Daten	10
2. Durchführung	13
2.1. Ereignis-Selektion	13
2.2. Vorlagenmethode	15
2.3. Beschreibung eines Ereignisses durch Shape-Variablen	16
2.3.1. Impuls-Tensor	17
2.3.2. Centrality	19
2.3.3. Sphericity	19
2.3.4. Aplanarity	21
2.3.5. Thrust	22
2.3.6. Circularity	23
2.3.7. Acoplanarity	24
2.4. Eignung zur Ereignis-Unterscheidung	24
2.5. Analyse der Korrelation	26
2.6. Anpassungsrechnungen Poisson-Fit und χ^2 -Fit	27
2.7. Durchführung der Pseudo-Experimente	30
2.8. Ergebnisse der Pseudo-Experimente	32
3. Zusammenfassung und Ausblick	37
A. Korrelation weiterer Shape-Variablen	I
B. Unsicherheit der Minus-Log-Likelihood-Funktion	III
Literaturverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	VIII

1. Vorbetrachtungen

1.1. Ziel der Teilchenphysik

Die Teilchenphysik versucht zu klären, wie die Materie aufgebaut ist. Die Erkenntnis hierbei mag nicht nur für zukünftige Technologien nützlich sein, sondern ermöglicht auch die Prozesse bei der Entstehung des Universums zu verstehen. Um immer weiter in die Struktur der Materie vorzudringen, ist es erforderlich, die Teilchen mit immer höheren Energien in speziellen Teilchenbeschleunigern miteinander kollidieren zu lassen, um im Anschluss die Bruchstücke untersuchen zu können. Die Ergebnisse dieser so genannten Streuexperimente gewähren schließlich Einblick in den Aufbau der gestreuten Teilchen.

Neben der Untersuchung von Bruchstücken aus Kollisionen, ist auch die Umwandlung der Kollisionsenergie in schwere Teilchen möglich, wodurch ebenfalls neue Teilchen entdeckt werden könnten. Es können also unbekannte Teilchen verschiedenster Massen entstehen, wobei die obere Grenze von der Kollisionsenergie abhängt.

Während zu Beginn des letzten Jahrhunderts noch ganze Atome oder Elektronen auf Energien in der Größenordnung von MeV beschleunigt wurden, werden heute in aktuellen, internationalen Großprojekten auch einzelne Protonen auf Energien von einigen TeV gebracht.

Die Umwandlung in neue Teilchen obliegt einer Vielzahl von physikalischen Prinzipien, welche die Möglichkeiten der resultierenden Teilchen-Kombinationen einschränken. Als Beispiel seien hier die Ladungserhaltungssätze angeführt, welche nicht verletzt werden dürfen. Das Konzept, welches diese Prinzipien ordnet und zusammen mit den Teilchen (siehe Kap. 1.4) und ihren Wechselwirkungen in eine einheitliche Theorie integriert, wird Standardmodell der Elementarteilchenphysik (SM) genannt. Aus dieser Vereinheitlichung lassen sich wiederum Folgen ableiten, die bisher nicht experimentell bestätigt werden konnten. Die mit Abstand bedeutsamste ist hierbei die Vorhersage eines neuen Teilchens, welches Higgs genannt wird.

Man hofft mit heutigen Großprojekten das Higgs schließlich zu finden und das SM genauer untersuchen zu können. Bisher konnten noch keine Messdaten erhoben werden, die den Aussagen des SM widersprechen. Es ist dennoch zu erwarten, dass das SM nur in einem begrenzten Bereich (möglicherweise bis zu Energien der Größenordnung 1 TeV) anwendbar ist.

1.2. LHC und ATLAS

Der in Abb. 1 schematisch dargestellte Large Hadron Collider (LHC) ist momentan (Stand 2010) der größte Beschleuniger weltweit und wurde unter der Obhut des Conseil

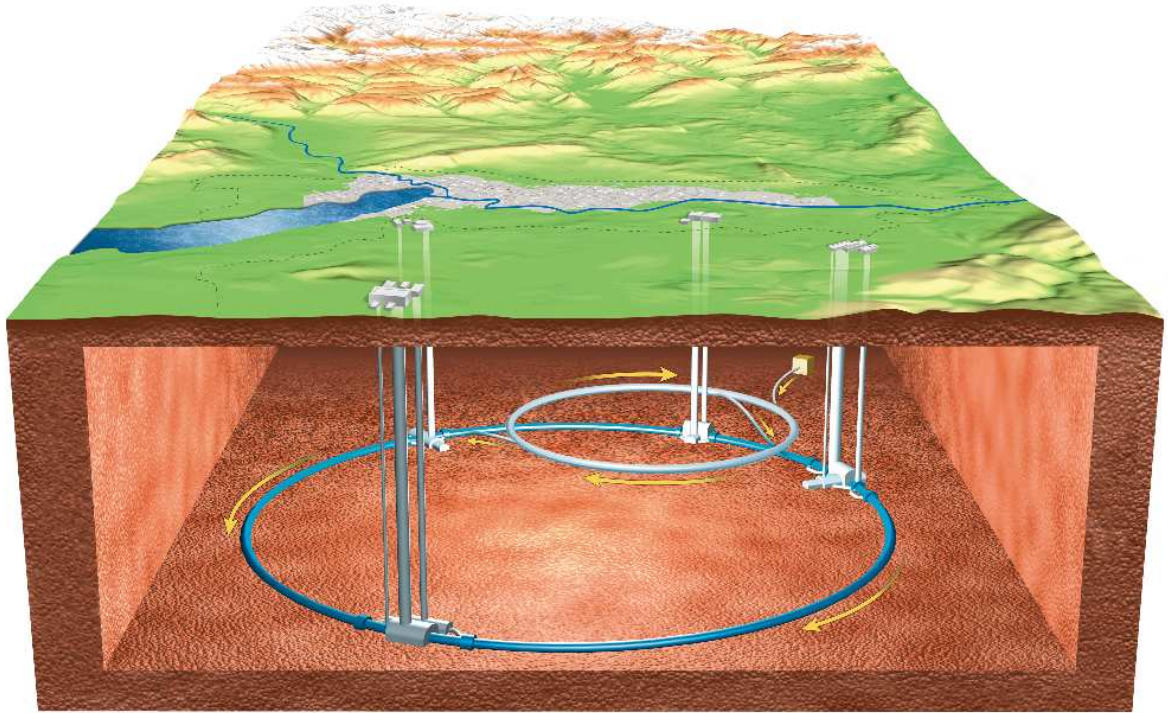


Abbildung 1: Schematische Darstellung des LHC. Dargestellt ist der unterirdische Tunnel des LHC, ein kleinerer Ring welcher der Vorbeschleunigung dient, sowie die vier Wechselwirkungspunkte, an denen sich jeweils ein Experiment befindet. (Mouche 2006)

Européen pour la Recherche Nucléaire (CERN) mit der Beteiligung zahlreicher Institute aus 20 Mitgliedstaaten sowie weiteren, außer-europäischen Staaten mit Beobachter-Status errichtet. Der Beschleuniger wurde nahe Genf in der Schweiz erbaut, da so die bereits vorhandene Infrastruktur eines älteren Beschleunigers wieder verwendet werden konnte. Zwei in einer Magnetstruktur eingebettete Strahlröhren verlaufen in einem Tunnel mit einem Umfang von 27 km Länge in 45 bis 170 m Tiefe unter der Erde. In beiden Röhren bewegen sich mit annähernd Lichtgeschwindigkeit die Teilchen, die dann kontrolliert zur Kollision gebracht werden sollen. Dazu ist es notwendig, dass die Teilchen in der einen Röhre sich gegenläufig zu denen in der anderen Röhre bewegen.

In vollem Betrieb soll der LHC zunächst Protonen auf eine Energie von jeweils $E = 7 \text{ TeV}$ beschleunigen. Daraus resultiert eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}$. Weiterhin ist das Erreichen einer Luminosität¹ von $L = 0,1 \text{ pb}^{-1} \text{ s}^{-1}$ vorgesehen (Evans u. Bryant 2008). Später soll die Luminosität mittels umfangreicher Umbauten im Rahmen eines Upgrades mindestens um eine Größenordnung auf $L = 1 \text{ pb}^{-1} \text{ s}^{-1}$ angehoben werden (Zimmermann 2009).

¹Eigenschaft des Beschleunigers, siehe Kap. 1.6

Um jegliches Risiko für die Maschine zu vermeiden und einen fehlerfreien Betrieb bei diesen hohen Energien zu gewährleisten, wird der Beschleuniger zunächst bei niedrigeren Energien genutzt. So wird der LHC in den Jahren 2010 und 2011 bei einer Schwerpunktsenergie \sqrt{s} von 7 TeV (50 %) betrieben. Auch die Luminosität hat noch nicht ihren Designwert erreicht und beträgt bisher maximal $6 \mu\text{b}^{-1} \text{s}^{-1}$ (Heinemann 2010).

Die zwei Röhren bestehen aus acht geraden Stücken, welche jeweils durch ein Bogenstück verbunden sind. An vier der acht Geraden kreuzen sich die Teilchen-Strahlen und bieten einen Wechselwirkungspunkt für die vier Experimente A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS), A Large Ion Collider Experiment (ALICE), Compact Muon Solenoid (CMS) und Large Hadron Collider beauty (LHCb).

Insgesamt verspricht man sich vom LHC und seinen Experimenten präzisere Messungen des Standardmodells, Entdeckungen bisher unbekannter Phänomene und ein besseres Verständnis der starken Wechselwirkung bei hohen Energiedichten (Aad u. a. 2008). Dies soll möglich werden durch die bisher höchste Schwerpunktsenergie, für die ein bisher erbauter Beschleuniger je ausgelegt wurde, sowie eine sehr hohe Luminosität, um Messungen höchster Genauigkeit zu erlauben.

1.3. Der ATLAS-Detektor

Eines der Hauptziele von ATLAS ist der Nachweis und die genaue Vermessung des Higgs-Bosons, welches vom Standardmodell vorausgesagt wird. Bei dem Design des Detektors wurde daher darauf geachtet, das Higgs-Boson bei verschiedenen möglichen Massen nachweisen zu können. Ein weiterer Zweck von ATLAS mit seinem Universal-detektor ist die möglichst genaue Vermessung aller Parameter einer p - p -Kollision. Insbesondere lassen sich Kopplung und Spin des Top-Quarks genau vermessen. Man hofft im vollen Betrieb eine Erzeugungsrate für das Top-Quark von einigen 10 Hz zu erreichen.

Aus den erklärten Zielen des ATLAS-Experiments ergeben sich schließlich die Anforderungen an den Detektor, die sich in seinem Aufbau auch wiederfinden müssen. Diese Übersicht ist der Zusammenfassung von Aad u. a. (2008, S. 3) entnommen:

- Der Detektor muss eine hohe Zeit-Auflösung in der Größenordnung von 25 ns haben, um dicht aufeinanderfolgende Ergebnisse unterscheiden zu können.
- Der gesamte Raumwinkel soll vom Detektor abgedeckt werden.
- Eine hohe Auflösung bei der Orts- und Impuls-Messung von geladenen Teilchen nahe des Kollisionpunktes muss gegeben sein, da dies Voraussetzung für das Tagging² ist.

²Tagging ist ein Verfahren zur Identifikation der Zerfälle schwerer Quarks, wobei unter anderem versetzte Vertizes verwendet werden.

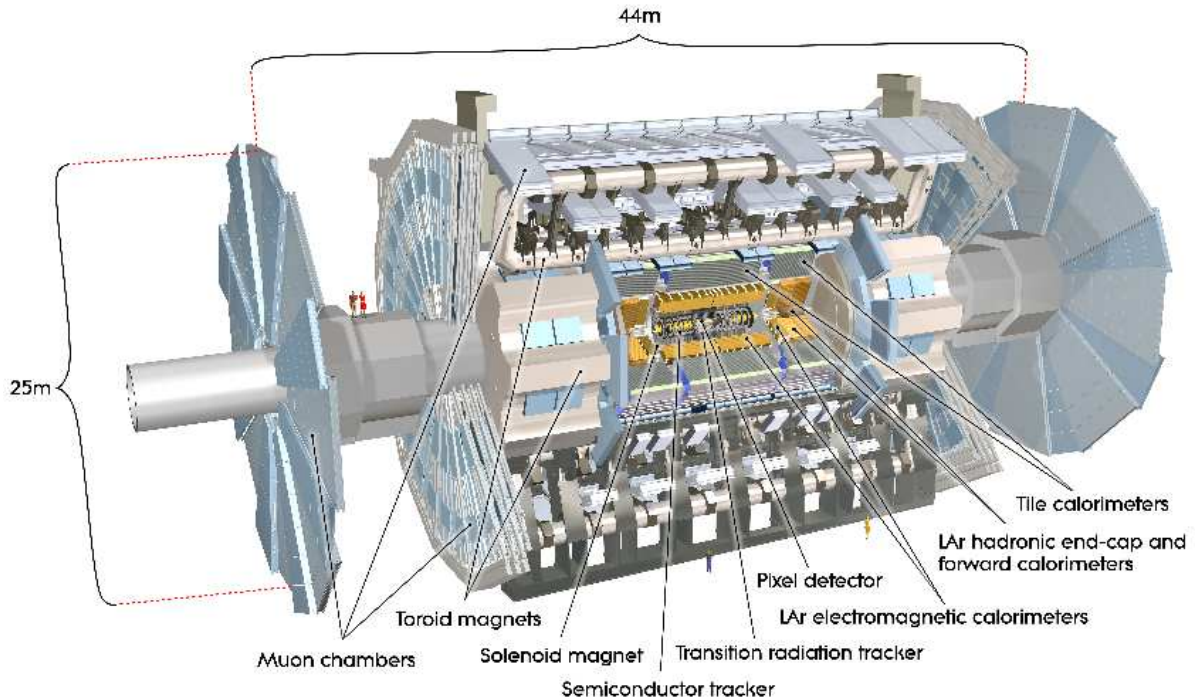


Abbildung 2: Schematische Darstellung des ATLAS-Detektors. (Pequenao 2008)

- Die Identifikation und Energie-Messung von Myonen muss über einen weiten Impulsbereich von 1 GeV bis einige TeV sehr genau erfolgen.
- Ein effizienter Trigger auf Teilchen mit geringem transversalen Impuls ist eine wichtige Voraussetzung, um interessante Ereignisse mit akzeptabler Rate messen zu können.

Bevor im Folgenden detaillierter auf den Detektoraufbau eingegangen wird, soll das gewählte Koordinatensystem erläutert werden. Die z -Achse zeigt in Strahlrichtung entgegen dem Uhrzeigersinn. Die positive x -Achse zeigt vom Strahlrohr ausgehend zum Mittelpunkt des Beschleunigerrings. Die positive y -Achse soll nach oben zeigen. Der Ursprung des Koordinatensystems fällt mit dem vorgesehenen Kollisionspunkt im Detektor selbst überein. Die Fläche, welche vom Azimut φ aufgespannt wird, steht senkrecht auf der Strahlrichtung. Der Polar-Winkel θ wird zur Strahlrichtung hin gemessen. Transversale Größen, wie p_T , E_T , etc. sind immer als Projektion in die x - y -Ebene transversal zur Strahlrichtung zu verstehen. Funktionen von θ werden auch oft in Abhängigkeit von der Pseudorapidität $\eta(\theta)$ definiert.

$$\eta(\theta) = -\ln \tan \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

Der ATLAS-Detektor ist in Abb. 2 dargestellt. Sein zylindersymmetrischer Aufbau misst 25 m im Durchmesser und ist 44 m lang. Er wiegt ungefähr 7000 t. Somit ist er der größte

bisher konstruierte Detektor weltweit. Der Detektor ist weiterhin vorwärts/rückwärts-symmetrisch.

Die einzelnen Detektor-Komponenten sind schalenartig um das Strahlrohr angeordnet. Innen befindet sich der Spurdetektor, darauf folgen elektromagnetisches und hadronisches Kalorimeter. Außen befindet sich das Myonenspektrometer. Die Anordnung erfolgte derart, dass die inneren Detektorsysteme die Messung weiter außen befindlicher Komponenten möglichst gering beeinflussen.

Werden im Wechselwirkungspunkt bei einer Kollision geladene Teilchen frei, so kann zunächst deren Spur im inneren Spurdetektor gemessen werden. Ein zylindersymmetrisches Magnetfeld von 2 T Stärke, welches den gesamten Spurdetektor durchzieht, ermöglicht durch die resultierende Teilchenbahnkrümmung eine Bestimmung des Transversalimpulses. Der Spurdetektor besteht selbst aus mehreren Schichten, wobei unter anderem spezielle Halbleiterdetektoren Verwendung finden.

Das elektromagnetische Kalorimeter erlaubt die Bestimmung der Energie der aufschauenden Elektronen und Photonen. Da letztere im Spurdetektor keine Spur hinterlassen, können sie hier von den Elektronen unterschieden werden. Der Detektor besteht aus zwei verschiedenen Schichtarten. Es wechseln sich Blei-Schichten, die mit ihrer kurzen elektromagnetischen Strahlungsläng für ein Aufschauern verantwortlich sind, mit Schichten flüssigen Argons ab, welche für die Messung der Schauer benutzt werden.

Hadronen, wie z. B. Protonen, Neutronen oder Pionen, deponieren ihre Energie hauptsächlich im hadronischen Kalorimeter. Jenes ist besonders wichtig für die Vermessung von Jets, welche bei der Hadronisierung der einzelnen Partonen auf Grund des Confinements entstehen. Da für das Aufschauern die starke Wechselwirkung verantwortlich ist, wird eine Messung der Hadronen durch das elektromagnetische Kalorimeter nicht behindert. Der Aufbau besteht ebenfalls aus zwei verschiedenen Schichtarten. Stahl-Schichten zur Schauerbildung wechseln sich mit Szintillatormaterial zur Messung ab.

Myonen, die vergleichsweise wenig mit Materie wechselwirken, sind die einzigen Teilchen, die das äußere Myonenspektrometer erreichen und dort eine Signatur hinterlassen. Alle anderen Teilchen werden vor dem Myonensystem absorbiert. Die Spektrometer selbst bestehen hierbei aus so genannten Driftkammern, die vom Aufbau her mit dem des Geiger-Müller-Zählers zu vergleichen sind.

Die Deckelflächen des zylindrischen Detektors sind mit mehreren so genannter Endkappen ausgestattet. Hier sollen Teilchen unter kleinen Winkeln zur z -Achse detektiert werden können. Dies ist notwendig, um eine Abdeckung des gesamten Raumbereiches zu erreichen. Andernfalls ist die Messung der unsichtbaren Transversal-Energie³, die von nicht messbaren Teilchen (z. B. Neutrinos) weggetragen wird, nicht möglich.

³Die Erhaltung der Longitudinal-Energie kann bei Hadronenbeschleunigern nicht verwendet werden, da der relative Impuls der an der Kollision beteiligten Partonen unbekannt ist.

Schließlich verbleiben beide Enden des Strahlrohrs offen, die nicht abgedeckt werden können.

1.4. Eigenschaften des Top-Quarks

Der LHC bietet zusammen mit dem ATLAS-Experiment vielfältige Möglichkeiten, das Top-Quark (t -Quark) in bisher nicht erreichter Genauigkeit zu untersuchen. Zunächst soll jedoch dessen Rolle im „Teilchenzoo“ näher beleuchtet werden.

Neben den Quarks der ersten Generation, den Up- und Down-Quarks, die uns alltäglich in Form der uns vertrauten Materie begegnen, wurden bisher noch zwei weitere Quarkgenerationen entdeckt, denen wiederum jeweils zwei Quarks zugeordnet werden können. Das Strange-Quark (zweite Generation) konnte 1947 erstmals als Bestandteil der K -Mesonen in kosmischer Strahlung gesehen werden (Rochester u. Butler 1947). 1974, also 27 Jahre später, konnte das Charm-Quark (zweite Generation) als Bestandteil des J/ψ -Mesons gefunden werden. Drei weitere Jahre waren nötig, um 1977 das bis dahin schwerste Quark mit einer Masse von 4,2 GeV, das Bottom-Quark (dritte Generation), in Form eines Quarkoniums (Υ -Meson) zu entdecken. Intensive Bemühungen wurden angestrengt, um schließlich auch das bereits 1973 vorhergesagte (Kobayashi u. Maskawa 1973) t -Quark (dritte Generation) zu finden. Jedoch benötigte es weitere 18 Jahre, bis es schließlich 1995 am Fermilab entdeckt werden konnte (Abachi u. a. 1995; Abe u. a. 1995). Seine Masse beträgt das 35-fache des b -Quarks und das 182-fache des Protons (Tevatron Electroweak Working Group 2010).

$$m_t = (173,3 \pm 1,1) \text{ GeV} \quad (2)$$

Da die Halbwertszeit von $4,2 \cdot 10^{-25} \text{ s}$ auf Grund der hohen Masse entsprechend kurz ist, hadronisiert das Quark nicht durch das Confinement, wie alle anderen Quarks. Das t -Quark, welches keine Bindungen eingeht, nimmt daher unter den sechs Quarks eine Sonderstellung ein.

Bei der Produktion von t -Quarks dominiert die starke Wechselwirkung, wobei jeweils gleich ein $t\bar{t}$ -Paar erzeugt wird. Um $t\bar{t}$ -Paare zu erzeugen, muss eine minimale Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 2m_t$ gegeben sein. Mögliche Prozesse, die zur Produktion eines $t\bar{t}$ -Paares führen können, sind in Abb. 3 dargestellt. Der Wirkungsquerschnitt der $t\bar{t}$ -Produktion an Hadronen-Beschleunigern bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ kann theoretisch berechnet werden. Die Voraussetzungen hierfür sind in (Moch u. Uwer 2008; Langenfeld u. a. 2009) beschrieben.

$$\sigma_{t\bar{t}} = 160,79^{+7,85}_{-0,83} \text{ pb} \quad (\text{beachte}^4) \quad (3)$$

Weiterhin sagt das SM die Erzeugung von einzelnen t -Quarks durch die schwache Wechselwirkung voraus. Der Wirkungsquerschnitt unter Einbezug aller Produktionskanäle bei

⁴Die angegebene Unsicherheit berücksichtigt nicht die Unsicherheit der verwendeten Partonverteilungen.

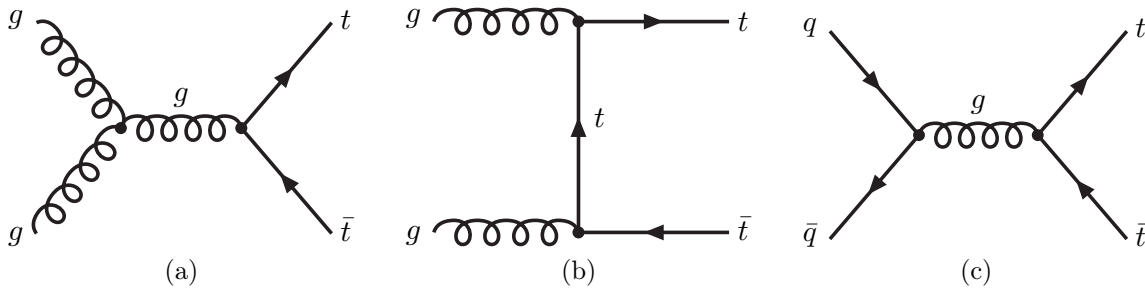


Abbildung 3: Quark-Paar-Produktion durch Gluon-Gluon-Fusion (a-b) und Quark-Antiquark-Annihilation (c). (Chakraborty u. a. 2003)

einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$ beträgt laut Berechnungen mit dem Monte-Carlo-Generator MC@NLO (siehe Kap. 1.8) etwa $\sigma_t = 82 \text{ pb}$.

Die zur Erzeugung notwendigen hohen Energien sind nur unter großem technischem Aufwand zu erreichen. Aus diesem Grund konnte das t -Quark erst 22 Jahre nach seiner Postulierung nachgewiesen werden.

Die hohe Masse des t -Quarks führt zu einem kleinen Produktionsquerschnitt. Somit waren bisherige Messungen beim Tevatron von hohen statistischen Unsicherheiten dominiert, da bisher insgesamt nur $6 \cdot 10^4$ $t\bar{t}$ -Paare generiert wurden. ATLAS verspricht jedoch die Produktion von t -Quarks in der Größenordnung von 10^7 pro Jahr. Man kann also erwarten, dass der statistische Fehler vernachlässigbar gegenüber dem systematischen Fehler sein wird.

1.5. Zerfallskanäle des $t\bar{t}$ -Prozesses

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,8% zerfällt das t -Quark schwach in ein W^+ -Boson und in ein b -Quark (oder das Antiteilchen-Äquivalent), wie es in Abb. 4a dargestellt ist. Während das entstandene b -Quark hadronisiert und einen Jet bildet, bestehen für das W^\pm -Boson im Wesentlichen zwei Möglichkeiten.

- Zerfall in ein Lepton l und dessen Anti-Lepton-Neutrino $\bar{\nu}_l$ (leptonischer Kanal)
- Zerfall in ein $q\bar{q}$ -Paar (hadronischer Kanal)

Das \bar{t} -Quark zerfällt seinerseits äquivalent. Unter Einbezug beider Quarks ergeben sich die in Abb. 4b ins Verhältnis gesetzten Möglichkeiten.

- Dileptonischer Zerfall. Das W^\pm -Boson zerfällt in beiden Fällen leptonisch.
- Semileptonischer Zerfall. Nur eines der beiden W^\pm -Bosonen zerfällt leptonisch.
- Vollhadronischer Zerfall. Es entstehen keine Leptonen.

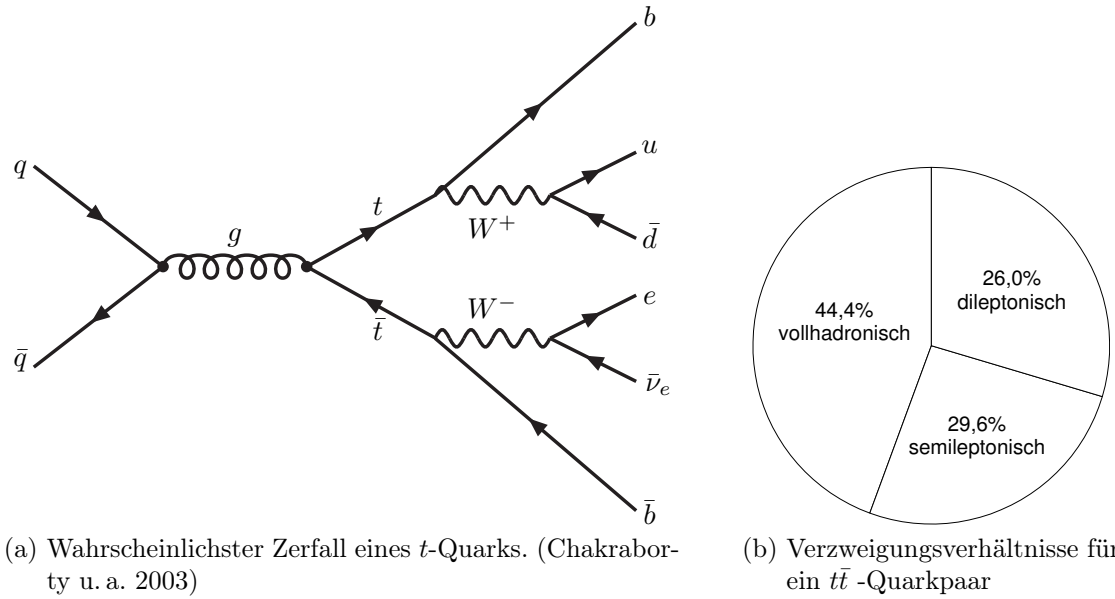


Abbildung 4: Zerfall des t -Quarks

Je nachdem, wie also das W^\pm -Boson zerfällt, unterscheidet sich die Anzahl der zu erwartenden Jets.

Leptonen können durch den Spurdetektor und das elektromagnetische Kalorimeter im ATLAS-Detektor gemessen werden. Die Jets werden als eine Vielzahl von einzelnen, dicht beieinander liegenden Spuren erfasst, die mit speziellen Sortieralgorithmen wieder zu Jets zusammengefasst werden. Dieser Prozess ist durchaus fehlerbehaftet. So können fälschlicherweise auch Leptonen als Jets erkannt werden. Nichttrivial sind auch Situationen, in den zwei Jets dicht beieinander liegen.

1.6. Messung des Wirkungsquerschnitts (Untergrundprozesse)

In der fundamentalen Gleichung

$$\dot{N} = L\sigma \quad (4)$$

wird die Luminosität L als Beschleunigerkonstante definiert, welche das Verhältnis zwischen der Ereignisrate \dot{N} und dem Wirkungsquerschnitt σ beschreibt. Letzterer ist hierbei vom jeweiligen Prozess abhängig und trägt die Einheit einer Fläche. Häufig werden Wirkungsquerschnitte in Barn angegeben, wobei $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$ entsprechen. Nun integrieren wir Gl. (4) über die Zeitdauer einer Messung.

$$N = \int dt \dot{N} = L_{\text{int.}} \sigma \quad (5)$$

Ist nun die integrierte Luminosität $L_{\text{int.}}$ bekannt, so kann durch das Abzählen der Anzahl der Ereignisse N der Wirkungsquerschnitt gefunden werden. Höheren Luminosi-

täten bedingen eine höhere Ereignisanzahl N . Da der relative Fehler mit $1/\sqrt{N}$ skaliert, können bei höheren Luminositäten Wirkungsquerschnitte genauer bestimmt werden.

In der Praxis gestaltet sich die Berechnung jedoch schwierig, da die Luminosität des Beschleunigers nicht ohne weiteres bestimmt werden kann. Weiterhin entsteht bei der Teilchenkollision nicht nur das zu untersuchende Teilchen, sondern eine Vielzahl weiterer Teilchen. Für diese Arbeit werden t -Quarks gesucht, welche nicht selbst, sondern nur indirekt durch ihre Zerfallsprodukte gemessen werden können. Die zu zählenden Ereignisse müssen also erst aus all diesen Teilchen rekonstruiert werden. Neben den $t\bar{t}$ -Zerfällen gibt es jedoch auch noch weitere Prozesse, deren Produkte ebenfalls gemessen werden und die das Zählen der $t\bar{t}$ -Zerfälle zusätzlich erschweren, da sie eine sehr ähnliche Signatur im Detektor hinterlassen. Wie auch in dieser Arbeit, überwiegen diese so genannten Untergrundprozesse häufig zahlenmäßig den eigentlich zu untersuchenden Prozess.

Es werden in der Auswertung daher gewisse Bedingungen (so genannte Cuts) an die Daten gestellt, um Untergrundereignisse ausschließen zu können. Wird hierbei auch die Anzahl der zu untersuchenden Ereignisse (hier $t\bar{t}$ -Zerfälle) reduziert, so muss dies später als Korrektur in die Berechnung des Wirkungsquerschnitts einfließen. Man spricht in diesem Zusammenhang von der Effizienz ε eines Cuts.

$$\varepsilon = \frac{\text{Anzahl der zu untersuchenden Ereignisse nach dem Cut}}{\text{Anzahl der zu untersuchenden Ereignisse vor dem Cut}} \quad (6)$$

Man erhält hiermit eine modifizierte Form der Gl. (5).

$$N = \varepsilon L_{\text{int}} \sigma \quad (7)$$

Durch etwaige technische oder physikalische Einschränkungen kann der verwendete Detektor unter Umständen nicht alle Teilchen mit beliebigen Eigenschaften messen. Die Bedingung an die Teilchen, im Detektor auch praktisch gemessen werden zu können, kann auch als Cut an die Daten interpretiert werden. Die äquivalent zur Effizienz ε eingeführte Eigenschaft von Prozess und Detektor gleichermaßen wird Detektorakzeptanz A genannt. In dieser Arbeit wird die Akzeptanz A jedoch nicht weiter untersucht und kann als in der Effizienz ε enthalten aufgefasst werden.

1.7. Funktionsweise des MC-Generators

Da die Quantenphysik nicht deterministisch ist, lassen sich die Prozesse in der Teilchenphysik prinzipiell nicht a priori berechnen. Um dennoch Aussagen über den Ausgang von Experimenten treffen zu können, geht man dazu über, Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu berechnen. Hierzu werden häufig Monte-Carlo-Simulationen verwendet, welche durch das wiederholte Würfeln von Zufallszahlen den intrinsischen Zufall der Quantenmechanik nachzustellen versuchen.

Unter Verwendung des Faktorisierungstheorems (Collins u. Soper 1987) können einzelne Teilprozesse separat betrachtet werden. Dies vereinfacht die Berechnung. Ausgehend von den Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Quarks und Gluonen, den Bestandteilen des Protons, wird zunächst der harte Streuprozess berechnet. Unabhängig davon erfolgt die Berechnung der Hadronisierung. Später können die einzelnen Komponenten wieder zusammengefügt werden, so dass man die Teilchen erhält, wie sie im Detektor entstehen.

Der Ereignis-Generierung schließt sich die Detektor-Simulation an. Die Wechselwirkung aller Teilchen mit dem Detektormaterial sowie die sich anschließende Detektion wird genauestens simuliert. Auf Grund der Komplexität des ATLAS-Detektors ist dieser Simulations-Schritt der aufwendigste. Das ATLAS-Experiment stützt sich bei der Umsetzung auf das GEANT4-Toolkit (Agostinelli u. a. 2003). Erst hiernach ist ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen möglich. Da die simulierten Daten nun im selben Format vorliegen (Signale der Detektoren), kann bereits vor der Inbetriebnahme des eigentlichen Detektors die Verarbeitung und Auswertung der Daten getestet und optimiert werden.

1.8. Verwendete Simulations-Daten

Der vorliegenden Arbeit liegen zwei verschiedene Datensätze (auch Samples genannt) zu Grunde. Das Signal-Sample enthält die Ergebnisse der Simulation für $t\bar{t}$ -Prozesse. Zur Generierung der Ereignisse wurde die Simulationskomponente MC@NLO (Version 3.41) (Frixione u. Webber 2002) verwendet. Das hier verwendete Untergrund-Sample wurde mit Hilfe von ALPGEN (Version 2.13) (Mangano u. a. 2003) hergestellt. Die weitere Verarbeitung erfolgte in beiden Fällen mit HERWIG (Version 6.510) (Corcella u. a. 2001) und Jimmy (Version 4.31) (Butterworth u. a. 1996).

Das Signal-Sample enthält keine vollhadronischen $t\bar{t}$ -Ereignisse. Da dadurch für die betrachtete integrierte Luminosität zu wenig Ereignisse gezählt werden, muss dem durch eine Korrektur entgegengewirkt werden. Hierzu benutzen wir die Verzweigungsverhältnisse der W^\pm -Bosonen. Ein zusätzlicher Korrekturfaktor $\kappa^{-1} = 0,998$ berücksichtigt, dass nicht ganz 100 % sondern 99,8 % der t -Quarks in W^+ -Boson und b -Quarks zerfallen. Der Wert κ wird als exakt bekannt betrachtet und dessen Unsicherheit somit in der Auswertung nicht berücksichtigt.

Dem Particle Data Book (Amsler u. a. 2008) lässt sich das Verzweigungsverhältnis für W^\pm in Hadronen entnehmen.

$$B_{\text{had.}} = \frac{\Gamma_{\text{had.}}}{\Gamma} = (67,60 \pm 0,27) \% = 0,6760 \pm 0,0027$$

Nun kann die benötigte Korrektur k^{-1} für den leptonischen Wirkungsquerschnitt berechnet werden, um den gesamten Wirkungsquerschnitt des $t\bar{t}$ -Zerfalls unter Berücksich-

tigung aller Zerfallskanäle zu erhalten.

$$\sigma_{\text{lept.}} = \sigma_{\text{tot.}} \cdot \underbrace{(1 - B_{\text{had.}}^2)}_{k^{-1}} \quad (8)$$

Die Unsicherheit für die Korrektur k ergibt sich aus Gauß'scher Fehlerfortpflanzung.

$$k = 1,842 \pm 0,012 \quad (9)$$

Nun kann der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot.}}$ für den $t\bar{t}$ -Zerfall berechnet werden.

$$\sigma_{\text{tot.}} = \kappa \cdot k \cdot \sigma_{\text{lept.}} \quad (10)$$

Im Untergrund-Sample befinden sich Ereignisse, die einen dem $t\bar{t}$ -Zerfall sehr ähnlichen Endzustand aufweisen. Sie bestehen aus den Produkten eines leptonisch zerfallenden W^\pm -Bosons und entweder keinen oder mehreren hadronischen Jets. Ein Beispiel für einen möglichen Untergrundprozess ist in Abb. 5 dargestellt. Die unterschiedlichen Un-

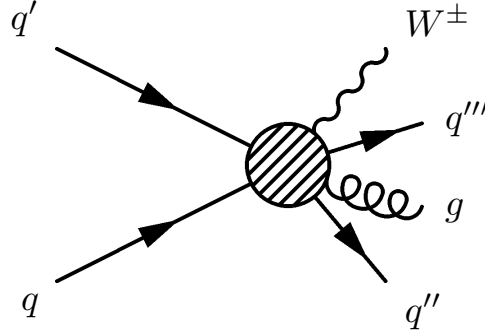


Abbildung 5: Generisches Beispiel für einen Untergrundprozess.

tergrundereignisse liegen zunächst in separaten Samples vor. So können die Eigenschaften der Samples in Tab. 1 sortiert nach dem enthaltenen Lepton angegeben werden. Für die Analyse wurden die Samples der Untergrundprozesse jedoch zu einem Untergrund-Sample zusammengefügt.

In den benutzten Samples ist für jedes Ereignis jeweils eine Liste mit den Lorentz-Impulsvektoren aller Jets, Elektronen und Myonen gespeichert. Darüber hinaus sind weitere Informationen verfügbar, die jedoch für diese Arbeit nicht benutzt wurden.

Tabelle 1: Eigenschaften der verwendeten Samples

Sample	Anzahl der Ereignisse	$L_{\text{int.}}$ [pb^{-1}]	σ [pb]
Signal	999 387	11 432,14	87,42
Untergrund mit einem e^{\pm}	1 896 152	1978,91	10 634,13
Untergrund mit einem μ^{\pm}	1 897 183	1974,33	10 645,35
Untergrund mit einem τ^{\pm}	1 876 156	2028,14	10 641,69
Untergrund aufsummiert	5 669 491	5981,37	31 921,18

2. Durchführung

2.1. Ereignis-Selektion

Um den $t\bar{t}$ -Zerfall zu erkennen, wird das Detektieren von genau einem Lepton (Elektron oder Myon) gefordert. Das Tau-Lepton wird nicht zugelassen, da es unter anderem durch seinen hadronischen Zerfallskanal nicht unter allen Umständen als Lepton aus den Daten rekonstruiert werden kann. Der hierdurch entstandene Fehler wird durch die Effizienz ε wieder aufgefangen.

Der aus vielen hadronischen Jets bestehende QCD-Untergrund, auf den in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen werden soll, kann auf diese Art und Weise von $t\bar{t}$ -Zerfällen unterschieden werden. Unter Umständen kann jedoch ein QCD-Jet als Lepton fehlinterpretiert werden, wodurch das QCD-Ereignis scheinbar einen dem $t\bar{t}$ -Zerfall ähnlichen Endzustand aufweisen und die Messung der Wirkungsquerschnitts verfälschen würde. Der dadurch entstehende Fehler wurde nicht untersucht. Vielmehr wurde angenommen, dass der QCD-Untergrund von den in dieser Arbeit zu untersuchenden $t\bar{t}$ -Zerfällen gänzlich getrennt werden kann. Daher wurde das QCD-Sample für die Analyse nicht in das Untergrund-Sample eingefügt, sondern blieb gänzlich unberücksichtigt.

Durch die Bedingung, genau ein Lepton zu finden, nimmt man in Kauf, dass auch bestimmte $t\bar{t}$ -Ereignisse nicht mit in die Analyse eingeschlossen werden. So passieren einzig die semileptonischen $t\bar{t}$ -Zerfälle diesen Cut.

Vollhadronische $t\bar{t}$ -Ereignisse würden verworfen werden, da jene kein Lepton beinhalten. Jedoch enthält das verwendete Signal-Sample solche Zerfälle von vornherein nicht, weswegen die bereits in Kap. 1.8 diskutierte Korrektur k notwendig wird.

Durch die Selektion werden weiterhin dileptonischen $t\bar{t}$ -Zerfälle aussortiert, sofern bei jenen auch beide Leptonen aus den Daten rekonstruiert werden konnten. Da durch diese Fehlrekonstruktion die Effizienz ε automatisch abnimmt, ist die Korrektur schon durch die Renormierung des Wirkungsquerschnitts mit der Effizienz gegeben, wie in Gl. (7) ausgeführt ist.

Die Unterscheidung zwischen den verbleibenden $t\bar{t}$ -Zerfällen und den Ereignissen im Untergrund-Sample gestaltet sich schwieriger. Um zunächst das Verhältnis der Gesamtanzahl der Ereignisse zu Gunsten der $t\bar{t}$ -Zerfälle zu verbessern, wird eine Mindestanzahl von drei Jets mit einem transversalen Impuls von mindestens 35 GeV gefordert. Wie sich Abb. 6 entnehmen lässt, sinkt für $W^\pm + \text{Jet}$ -Ereignisse die Anzahl der betreffenden Ereignisse mit wachsender Jet-Multiplizität⁵ ungefähr exponentiell. Während bei einer Multiplizität von vier oder weniger der Untergrund dominiert, überwiegt bei höherer Multiplizität der $t\bar{t}$ -Zerfall. Es wird davon ausgegangen, dass die Forderung nach einer Mindestenergie der Jets die grundlegende Aussage von Abb. 6 nicht verändert.

⁵Die Anzahl an Jets in einem Ereignis wird Jet-Multiplizität genannt.

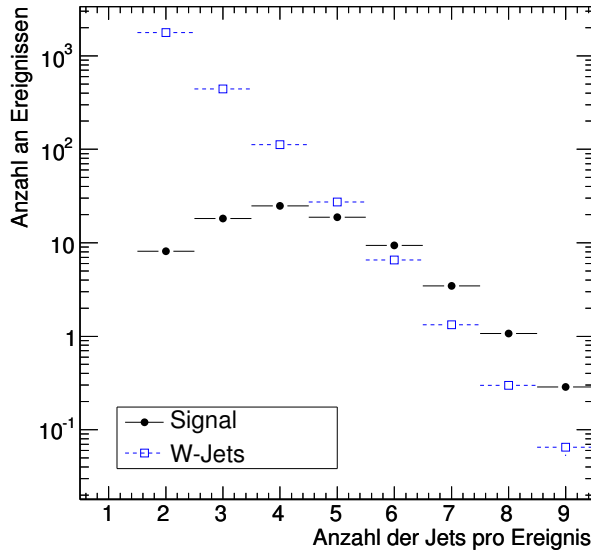


Abbildung 6: Jet-Multiplizität des Signal- und $W^\pm + \text{Jets}$ -Samples im Vergleich. Die Algorithmen zur Korrektur in der Teilchenrekonstruktion wurden bereits angewendet. Jets werden nur gezählt, falls $p_T > 20 \text{ GeV}$ erfüllt ist. Im Anschluss müssen noch mindestens zwei Jets verbleiben.

Bei der Festlegung der an die Ereignisse gestellten Forderungen muss jedoch nicht nur auf ein gutes Verhältnis von interessanten Ereignissen zu Untergrundereignissen geachtet werden, auch eine gute Statistik ist wichtig. Da sich beides oft gegenseitig ausschließt, muss abgewogen werden. So wurde hier eine weniger drastische Anforderung gestellt um später auf eine größere Statistik zurückgreifen zu können.

Zu den bisher aufgeführten speziellen Selektionskriterien kommen noch die den allgemeinen Konventionen der ATLAS-Top-Kollaboration entsprechenden Forderungen zur Auffindung von t -Quarks hinzu. Die exakten Zahlenwerte werden stets dem aktuellen Kenntnisstand (hier von April 2010) angepasst.

Zusammenfassend muss ein Ereignis also die hier gelisteten Anforderungen erfüllen:

- Das Ereignis muss genau ein Lepton (Elektron oder Myon) beinhalten, welches den im Weiteren definierten Anforderungen entspricht.
- Elektronen müssen einen Transversalimpuls p_T von mindestens 20 GeV aufweisen. Weiterhin muss der Betrag der Pseudorapidität $|\eta| < 2,47$ sein.
- Äquivalent zu den Elektronen muss für Myonen $p_T > 20 \text{ GeV}$ und $|\eta| < 2,5$ erfüllt sein.
- Das Ereignis muss mindestens drei Jets mit $p_T \geq 35 \text{ GeV}$ beinhalten, welche den im Weiteren definierten Anforderungen entsprechen.
- Jets müssen eine absolute Pseudorapidität $|\eta| < 2,5$ aufweisen.

Tabelle 2: Anzahl der Ereignisse und Reinheit v des Signals

Eigenschaft	# Signal-Ereignisse	# Untergrundereignisse	Reinheit v des Signals
vor dem Cut	85,4	2360,4	0,04
nach dem Cut	24,8	35,7	0,41

- Schließlich werden noch einige Standardalgorithmen verwendet um gängige Fehler in der Teilchenrekonstruktion aus den (simulierten) Detektor-Messungen zu erkennen. So werden beispielsweise Jets verworfen, deren Spur sehr nahe an denen von Elektronen verläuft, da in diesen Fällen von einer Missinterpretation bei der Rekonstruktion aus den Messdaten ausgegangen werden kann.

Im Folgenden soll aus der Anzahl der Ereignisse im Signal- und Untergrund-Sample die Effizienz ε und die Reinheit v berechnet werden.

$$v = \frac{\text{Anzahl der zu untersuchenden Ereignisse}}{\text{Anzahl aller Ereignisse}} \quad (11)$$

Die Reinheit beträgt eins für den Fall, dass ausschließlich die zu untersuchenden Ereignisse im betrachteten Sample enthalten sind. Bei zunehmender Anzahl an anderen Ereignissen strebt die Reinheit gegen null.

Das für den Daten-Zugriff verwendete Software-Framework SFrame (Haller 2010) sorgt dafür, dass sich alle verwendeten Daten jeweils auf eine integrierte Luminosität von $L_{\text{int.}} = 1 \text{ pb}^{-1}$ beziehen. Diese Skalierung kann unter Umständen zu einer gebrochenen Ereignis-Anzahl führen.

Die Effizienz ε kann mit Gl. (6) und den Daten aus Tab. 2 berechnet werden. Sie beträgt bezogen auf zuvor aufgelisteten Cuts

$$\varepsilon = 29,05 \% . \quad (12)$$

Auch wenn durch die an die Ereignisse gestellten Forderungen die Effizienz nur noch rund ein Drittel beträgt, so steigt doch die etwa Reinheit um den Faktor 13, wodurch insgesamt genauere Ergebnisse erzielt werden können, da der Einfluss des Untergrundes verringert wird.

2.2. Vorlagenmethode

Während der QCD-Untergrund durch die in Kap. 2.1 beschriebenen Forderungen weitgehendst eliminiert werden kann, ist diese Vorgehensweise beim $W^\pm + \text{Jet}$ -Untergrund nicht möglich, da sich die Prozesse durch die Anzahl der entstehenden Teilchen kaum unterscheiden. Eine Zuordnung zum $t\bar{t}$ -Zerfall oder zum Untergrund ist nicht mehr auf

der Basis eines einzelnen Ereignisses möglich. In diesem Fall bietet sich die Vorlagenmethode an, deren Lösungsansatz kurz erläutert werden soll.

Ist ein Unterscheidungsmerkmal zwischen zwei Gruppen (hier: $t\bar{t}$ -Zerfall und Untergrund) nicht so klar umrissen, dass die Zuordnung eines Elements (hier: Zerfalls-Ereignis) zu einer der beiden Gruppen möglich wird, so wird dieses Merkmal in ein Histogramm gefüllt. Weiterhin muss der theoretische, auf ein Element normierte Verlauf des Histogramms für das ausgewählte Unterscheidungsmerkmal (die so genannte Vorlage) für beide Gruppen bekannt sein und sich unterscheiden.

Sind beide Vorlagen identisch, so ist das gewählte Merkmal ungeeignet und ein neues Merkmal muss gefunden werden. Das Ergebnis wird genauer, wenn das gewählte Merkmal zu einem großen Unterschied zwischen den Vorlagen jeder Gruppe führt.

Nun lässt sich berechnen, zu welchen Anteilen die gefundenen theoretischen Verläufe in dem zu untersuchenden Histogramm enthalten sind. Im Ergebnis lässt sich der absolute Anteil der beiden Gruppen im zu untersuchenden Histogramm angeben.

Die Schwierigkeiten bei der Verwendung der Vorlagenmethode ist die Wahl des geeigneten Unterscheidungsmerkmals. Es gibt hierfür keinen Algorithmus. Einige denkbare Unterscheidungsmerkmale sollen in Kap. 2.3 vorgestellt werden.

Die eben beschriebene Methode erlaubt es also, den Anteil an $t\bar{t}$ -Zerfällen in einem unbekanntem Datensatz bestehend aus vielen $t\bar{t}$ - und $W^\pm + \text{Jet}$ -Ereignissen zu bestimmen. Schließlich lässt sich daraus der Wirkungsquerschnitt berechnen.

2.3. Beschreibung eines Ereignisses durch Shape-Variablen

Auf der Suche nach einem geeigneten Unterscheidungsmerkmal zwischen $t\bar{t}$ -Zerfällen und $W^\pm + \text{Jet}$ -Ereignissen bietet die räumliche Verteilung der Jets einen vielversprechenden Ansatz. Die hier diskutierten Merkmale wurden in (Barger u. Phillips 1987) vorgeschlagen und werden Shape-Variablen genannt um ihren Bezug zur Form (engl. Shape) der Ereignisse zu betonen.

Zunächst soll die Bedeutung der Jet-Verteilung als Kriterium zur Unterscheidung motiviert werden. Ist die Schwerpunktsenergie nur unwesentlich größer als die zur Erzeugung eines $t\bar{t}$ -Paares notwendige Energie, so kann davon ausgegangen werden, dass das t -Quark auf Grund seiner hohen Masse nahezu in Ruhe erzeugt wird. Die Impulserhaltung führt beim anschließenden Zerfall dazu, dass die einzelnen Zerfallsprodukte isotrop im Raum verteilt sind. Da beim LHC mit zunehmend höheren Energien experimentiert wird, erhält das t -Quark jedoch einen gleichermaßen zunehmenden Boost, womit diese Aussage nur noch in ihrer Tendenz richtig ist.

Dem gegenüber stehen die $W^\pm + \text{Jet}$ -Ereignisse. Da deren Produkte aus den Partonen der Protonen leichter als das t -Quark sind, haben sie einen weit höheren Lorentz-Boost in

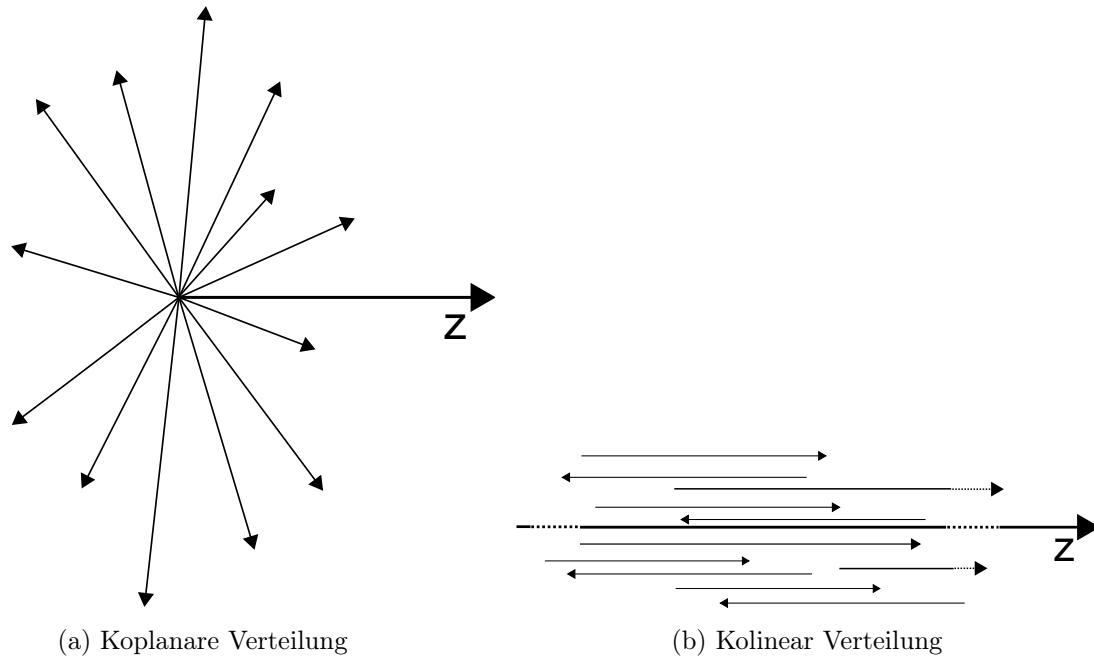


Abbildung 7: Verteilungen im Raum

z -Richtung. Die Verteilung der Jets im Untergrund-Sample wird demnach nicht isotrop sein, sondern eine Vorzugsrichtung aufweisen.

Bevor auf die einzelnen Shape-Variablen eingegangen wird, sollen noch einige übliche Bezeichnungen für Formen im Raum eingeführt werden.

- Eine Verteilung wird koplanar genannt, wenn alle Vektoren in derselben Ebene liegen. Es kann also ein Vektor gefunden werden, dessen Skalarprodukt sich mit allen anderen Vektoren zu null ergibt. Über die Länge der jeweiligen Vektoren wird keine Aussage getroffen. Eine Illustration ist mit Abb. 7a gegeben.
- Eine Verteilung wird kollinear genannt, wenn alle Vektoren zueinander parallel oder antiparallel sind. Eine Illustration ist mit Abb. 7b gegeben.
- Eine Verteilung wird sphärisch genannt, wenn sie isotrop ist. Bei der ideal sphärischen Verteilung muss notwendigerweise die Summe aller Vektoren null sein.

$$\sum_i \vec{p}_i = \vec{0}$$

2.3.1. Impuls-Tensor

Eine wichtige Rolle spielt für die im folgenden beschriebenen Shape-Variablen der Impuls-Tensor $(\mathcal{M}_M)_{ab} \in \mathbb{M}_{3 \times 3}$, wobei mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$ die Komponenten eines jeden Impulsvektors indiziert werden sollen. M bezeichne von nun an eine Menge von Vektoren \vec{p}_i , hier

stellvertretend für die Impulsvektoren der Jets in einem Ereignis.

$$(\mathcal{M}_M)_{ab} = \sum_{i \in M} p_i^a p_i^b / \sum_{j \in M} \vec{p}_j^2 \quad (13)$$

Die Eigenwerte Q_i von $(\mathcal{M}_M)_{ab}$ werden so sortiert, dass

$$0 \leq Q_1 \leq Q_2 \leq Q_3 \leq 1 \quad (14)$$

gilt. Ferner folgt aus der Definition in Gl. (13), dass die Summe aller Eigenwerte sich zu eins aufsummiert.

$$\sum_{i=1}^3 Q_i = 1 \quad (15)$$

Den Eigenwerten des Impuls-Tensors $(\mathcal{M}_M)_{ab}$ lassen sich Informationen zur Form der Vektoren in M entnehmen.

Nehmen wir eine isotrope (sphärische) Verteilung der Vektoren in M an, so darf keine Richtung in $(\mathcal{M}_M)_{ab}$ und somit auch nicht in den Q_i bevorzugt sein. Daher gilt unter Verwendung von Gl. (15) für ideal sphärische Verteilungen:

$$Q_i = \frac{1}{3} \quad \text{für } i \in \{1, 2, 3\} \quad (16)$$

Das Ergebnis muss gegenüber Drehungen des Koordinatensystems, in dem der Impuls-Tensor definiert ist, invariant sein.

Bei einer koplanaren Verteilung ist die longitudinale Komponente aller Vektoren null. Somit sind alle Elemente des Tensors mit $a = 3$ oder $b = 3$ ebenfalls null. Effektiv verbleibt ein Tensor $\mathbb{M}_{2 \times 2}$. Aus der Drehinvarianz der Eigenwerte folgt weiterhin, dass die Longitudinalachse beliebig gewählt werden kann. Aus Gl. (14) geht hervor:

$$Q_1 = 0 \quad (17)$$

Wird weiterhin im transversalen Raum eine isotrope Verteilung angenommen, müssen die verbleibenden Eigenwerte gleich groß sein.

$$Q_1 = 0, \quad Q_2 = Q_3 = \frac{1}{2} \quad (18)$$

Bei einer kollinearen Verteilung sind schließlich zwei der drei Komponenten bei allen Impulsvektoren gleichermaßen null. Andernfalls kann das Koordinatensystem gedreht werden, bis dies der Fall ist. Es verbleibt nur ein nicht verschwindendes Element im Impuls-Tensor, welches sich auf der Diagonalen befindet und somit mit Q_3 gleichgesetzt werden kann.

$$Q_3 = 1 \quad (19)$$

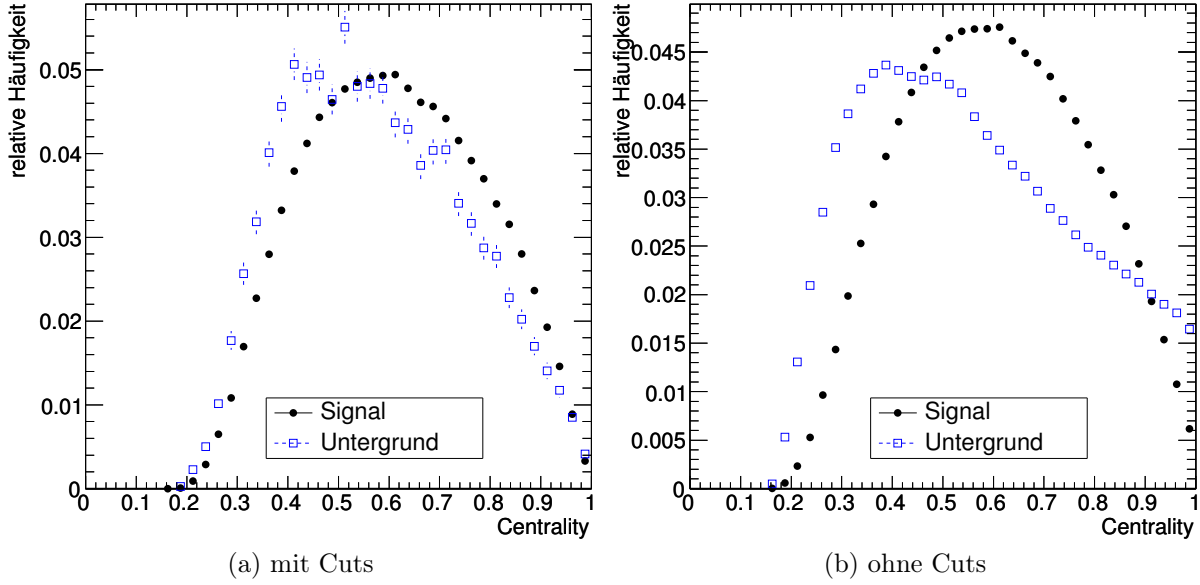


Abbildung 8: Auf eins normiertes Histogramm der Centrality

2.3.2. Centrality (Zentralität)

Die Centrality C_M einer Menge M von Impuls-Vektoren ist als normierte Summe des Transversalimpulses definiert, wobei p_i^t der Transversalimpuls p_T des i -ten Vektors \vec{p}_i ist.

$$C_M = \frac{\sum_{i \in M} p_i^t}{\sum_{i \in M} |\vec{p}_i|} \quad (20)$$

Der Wertebereich ergibt sich aus der Normierung zu $\mathbb{W} = [0, 1]$. Für den Fall, dass sämtliche Vektoren in M keine longitudinale Komponente haben, ergibt sich $C_M = 1$. Im entgegengesetzten Fall mit fehlender transversaler Komponente erhält man eine Centrality von $C_M = 0$. Somit beschreibt die Centrality den Übergang von einer kollinearen ($C_M = 0$) zu einer koplanaren Verteilung ($C_M = 1$).

Wie sich den Graphen in Abb. 8 entnehmen lässt, unterscheidet sich die Centrality-Verteilung von Signal und Untergrund. Der Unterschied lässt sich mit dem bereits erläuterten Massen-Argument erklären. Der Untergrund ist viel stärker geboostet, wodurch die Jet-Vektoren im Durchschnitt einen höheren longitudinalen Anteil haben. Daraus ergibt sich, dass in Abb. 8 das Maximum für den Untergrund bei einem kleineren Wert für die Centrality angesiedelt ist.

2.3.3. Sphericity (Sphärizität)

Die Sphericity S_M versucht zu quantifizieren, wie sphärisch die geometrische Verteilung der Menge M der Impuls-Vektoren von Jets eines Ereignisses ist. Zur Definition wird

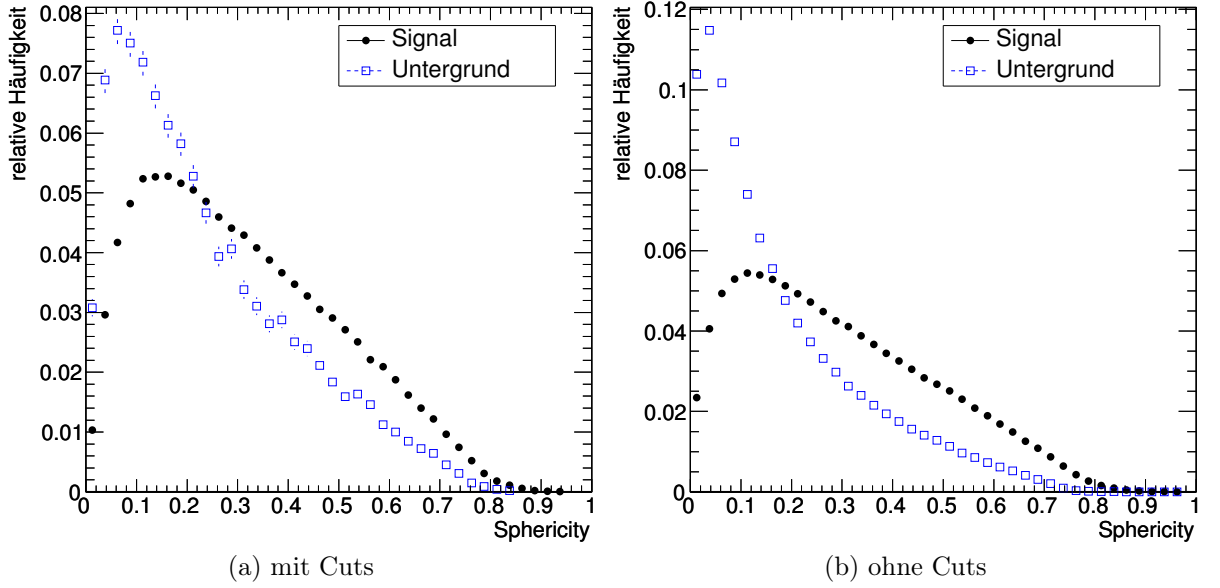


Abbildung 9: Auf eins normiertes Histogramm der Sphericity S_M

auf die Eigenwerte Q_i des Impuls-Tensors zurückgegriffen.

$$S_M = \frac{3}{2}(Q_1 + Q_2) \quad (21)$$

S_M wird maximal, wenn Q_3 minimal wird. Wie in Gl. (14) definiert wurde, ist Q_3 stets der größte Eigenwert. Er nimmt sein Minimum ein, wenn alle Eigenwerte gleich $Q_i = \frac{1}{3}$ sind. Dies entspricht einer sphärischen Verteilung der Impuls-Vektoren. Im Fall einer kollinearen geometrischen Verteilung ist $Q_3 = 1$ und $Q_1 = Q_2 = 0$, woraus direkt $S_M = 0$ folgt. Eine koplanare Verteilung ($Q_1 = 0, Q_2 = Q_3 = \frac{1}{2}$) ergibt $S_M = \frac{3}{4}$. Der Wertebereich ist also $\mathbb{W} = [0, 1]$, wobei eine Verteilung mit zunehmendem Wert von S_M tendenziell sphärischer wird.

Da die Untergrundereignisse einen stärkeren Boost aufweisen, ist zu erwarten, dass für den Untergrund die Sphericity S_M im Mittel geringer ist. Abb. 9 bestätigt diese Vermutung. Weiterhin ist erkennbar, dass die Cuts auf die Verteilung der Sphericity kaum einen Einfluss haben.

Neben der eben eingeführten Sphericity S_M werden in (Barger u. Phillips 1987) noch alternative Definitionen vorgeschlagen.

$$S'_M = \min_{\vec{e}_n} \left[\frac{4}{\pi} \frac{\sum_{i \in M} (E_i \cdot |\sin \varphi_{\vec{p}_i, \vec{e}_n}|)}{\sum_{j \in M} E_j} \right]^2 \quad (22)$$

Für die alternative Definition einer Sphericity in Gl. (22) muss der Einheitsvektor \vec{e}_n gefunden werden, der S'_M minimiert. E_i sei hierbei die Energie des i -ten Jets. Der Winkel,

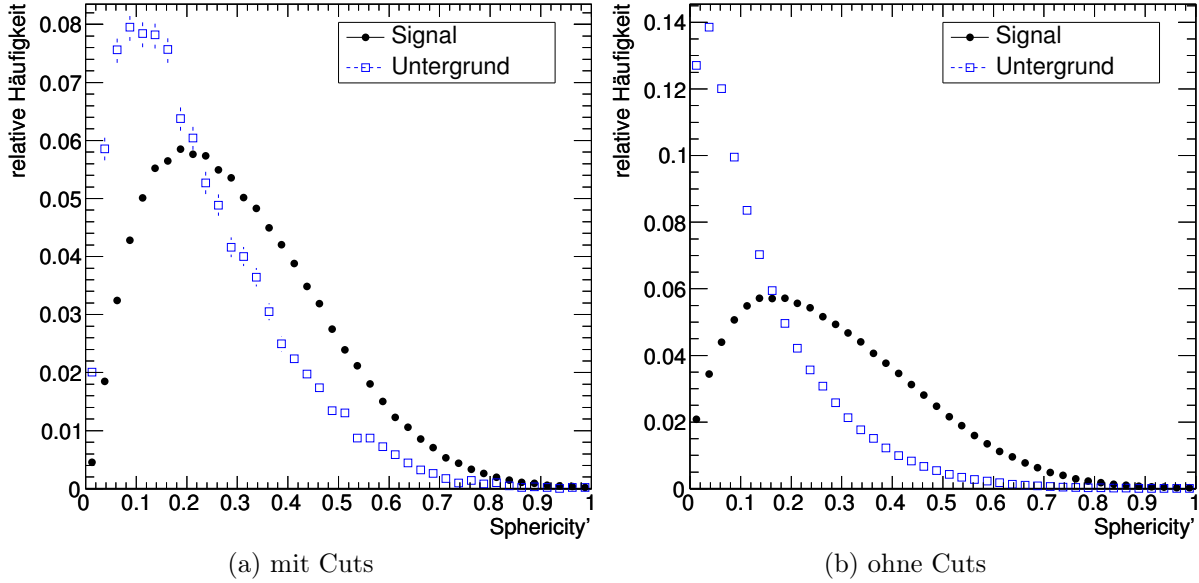


Abbildung 10: Auf eins normiertes Histogramm der Sphericity S'_M

welcher vom Einheitsvektor \vec{e}_n und dem Impulsvektor des i -ten Jets \vec{p}_i aufgespannt wird, soll mit $\varphi_{\vec{p}_i, \vec{e}_n}$ bezeichnet werden.

S'_M kann interpretiert werden als das kleinstmögliche mit den Energien der Jets gewichtete Mittel des Sinus des Winkels zwischen Jet-Impuls und Einheitsvektor. Da der Betrag des Sinus einen Wertebereich von $\mathbb{W} = [0, 1]$ hat, muss das gewichtete Mittel ebenfalls diesen Wertebereich einnehmen. Unter Einbezug des Vorfaktors erhalten wir für den Wertebereich von der Sphericity S'_M aus Gl. (22) $\mathbb{W} = [0, \frac{16}{\pi^2}]$.

Unterzieht man nun die Histogramme in Abb. 9 und Abb. 10 einem direkten Vergleich, so lässt sich feststellen, dass sich die Form des Graphen für die Untergrundereignisse nur wenig ändert, während sich der Graph für das Signal von S'_M zu größeren Werten hin verschiebt. Die Histogramme für beide Daten-Samples unterscheiden sich stärker bei Verwendung von S'_M .

2.3.4. Aplanarity (Unebenheit)

Die Aplanarity A_M greift zur Definition den kleinsten Eigenwert des Impuls-Tensors auf.

$$A_M = \frac{3}{2}Q_1 \quad (23)$$

Der Wertebereich ergibt sich aus den Eigenschaften der Eigenwerte. Aus dem Wertebereich $\mathbb{W} = [0, \frac{1}{3}]$ für Q_1 ergibt sich der Wertebereich für die A_M zu $\mathbb{W} = [0, \frac{1}{2}]$. Der Grenzfall von $A_M = 0$ wird bei kollinearen und koplanaren Verteilungen erreicht. A_M

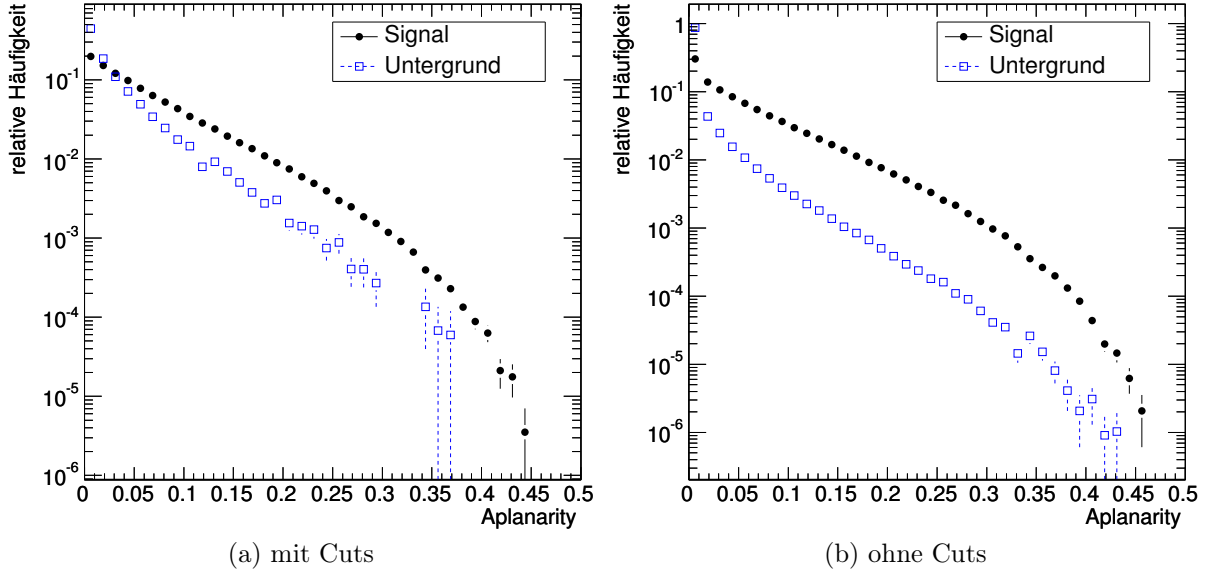


Abbildung 11: Auf ein normiertes Histogramm der Aplanarity A_M

wird maximal für sphärische Verteilungen. Die Aplanarity beschreibt also den Übergang von nicht sphärischen ($A_M = 0$) zu sphärischen Verteilungen ($A_M = \frac{1}{2}$).

Abb. 11 zeigt eine logarithmische Darstellung der Aplanarity A . Obwohl kein großer Unterschied zwischen den Histogrammen für Signal und Untergrund besteht, hat doch das Signal bei höheren Werten von A mehr Ereignisse zu verzeichnen, ist also eher sphärisch. Der Cut beeinflusst den Verlauf kaum und führt zu einer unerwünschten, geringen Annäherung der Graphen.

2.3.5. Thrust (Axialschub)

Der Thrust T_M gibt Auskunft über den Boost in eine Vorzugsrichtung \vec{e}_n mit $|\vec{e}_n| = 1$.

$$T_M = \max_{\vec{e}_n} \left[\frac{\sum_{i \in M} |\vec{p}_i \cdot \vec{e}_n|}{\sum_{j \in M} |\vec{p}_j|} \right] \quad (24)$$

Für die Berechnung muss der Einheitsvektor \vec{e}_n gefunden werden, der den Thrust T maximiert. Diese Richtung entspricht zumeist der Strahlrichtung des Beschleunigers. Eine kollineare Verteilung von Impulsvektoren liefert das Maximum bei $T_M = 1$. Die sphärische Verteilung liefert für den Thrust einen Wert von $T_M = \frac{1}{2}$. Letzteres lässt sich durch Integration über die Kugeloberfläche zeigen. Der Wertebereich ist somit $\mathbb{W} = [\frac{1}{2}, 1]$.

Wie sich den Histogrammen in Abb. 12 entnehmen lässt, wird der minimale Wert von T_M in wenigen Fällen unterschritten. Dieses Phänomen kann auf die endliche Genauigkeit des Maximierungsalgorithmus zurückgeführt werden, welcher der Berechnung des Thrust

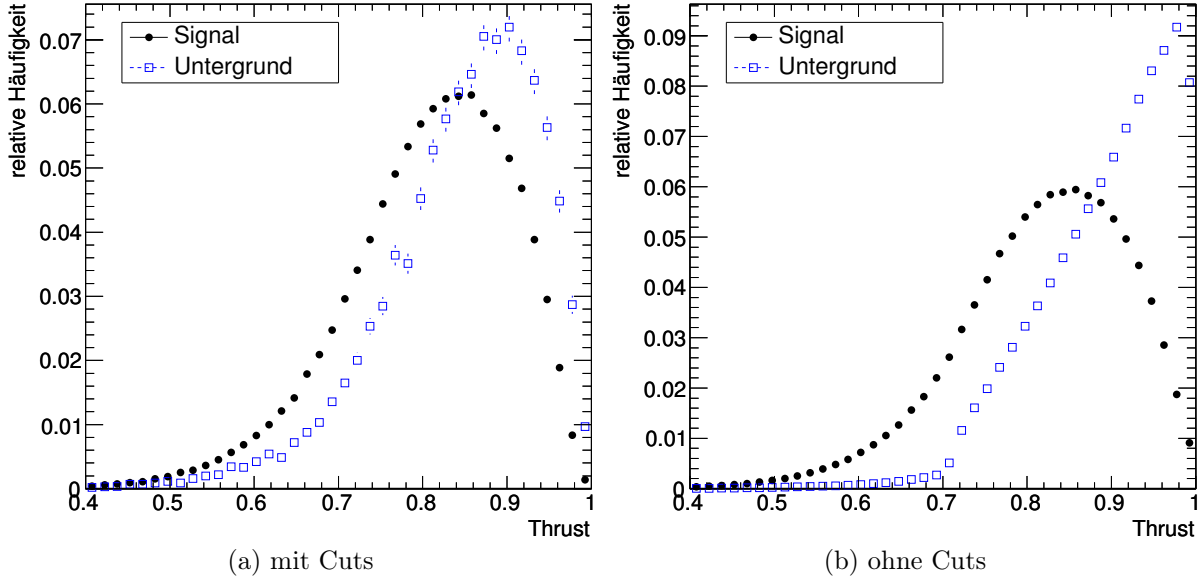


Abbildung 12: Auf ein normiertes Histogramm des Thrust T_M

zu Grunde liegt. Durch den Vergleich der Histogramme für Signal und Untergrund wird deutlich, dass die Produkte des $t\bar{t}$ -Zerfalls einen geringeren Thrust aufweisen. Dieses Ergebnis deckt sich wiederum mit den bereits erläuterten Vermutungen zur Formgebung zu Beginn des Kap. 2.3.

2.3.6. Circularity (Rundheit)

Die Circularity C'_M ermöglicht eine Abgrenzung kollinearere Verteilungen von koplanaren oder sphärischen Verteilung. Sie lässt sich aus den Eigenwerten des Impuls-Tensors berechnen.

$$C'_M = \frac{2Q_2}{Q_2 + Q_3} \quad (25)$$

An Hand der drei speziellen Raumverteilungen aus Kap. 2.3 und der entsprechenden Bedingungen für die Eigenwerte, siehe Gl. (16), Gl. (17) und Gl. (19), lässt sich die Circularity berechnen. Für die sphärische und die koplanare Verteilung erhält man den Wert $C'_M = 1$. Da bei der kollinearen Verteilung der Eigenwert $Q_2 = 0$ ist, folgt $C'_M = 0$. Der Wertebereich ist somit $\mathbb{W} = [0, 1]$. Umso mehr ein Ereignis von einer kollinearen Verteilung, wie sie Zerfällen mit hohem Boost zu eigen sind, abweicht, umso größer wird die Circularity C'_M .

Aus Abb. 13 lässt sich in Übereinstimmung mit bereits formulierten Erwartungen entnehmen, dass die $t\bar{t}$ -Zerfälle aus dem Signal-Sample bei höheren Circularity-Werten, verglichen mit den Daten der W-Jet-Ereignisse, stets mehr Einträge im Histogramm haben. Untergrund-Ereignisse sind also eher kollinear.

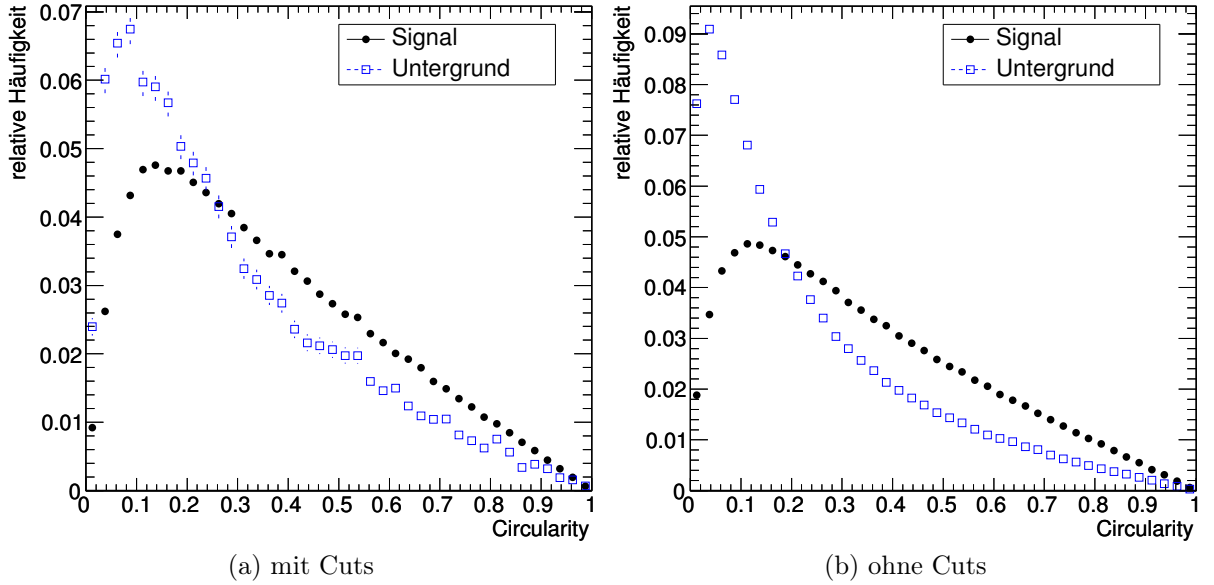


Abbildung 13: Auf eins normiertes Histogramm der Circularity C'_M

2.3.7. Acoplanarity

Die Acoplanarity A'_M ist zwar anders als die Aplanarity A_M definiert, beschreibt jedoch gleichfalls die Dimension einer Verteilung. Es gilt hierbei den Einheitsvektor \vec{e}_n zu finden, welcher A'_M minimiert.

$$A'_M = 4 \min_{\vec{e}_n} \left[\frac{\sum_{i \in M} |\vec{p}_i \cdot \vec{e}_n|}{\sum_{j \in M} |\vec{p}_j|} \right]^2 \quad (26)$$

Im Fall einer kollinearen oder koplanaren Verteilung kann immer ein Vektor \vec{e}_n gefunden werden, der auf allen Vektoren der Verteilung senkrecht steht. Der kleinstmögliche Wert für A'_M ist somit null. Durch Integration über die Kugeloberfläche lässt sich zeigen, dass eine sphärische Verteilung zu $A'_M = 1$ führt. Der Wertebereich ist demnach $\mathbb{W} = [0, 1]$.

Der logarithmischen Darstellung in Abb. 14 lässt sich entnehmen, dass insbesondere Untergrund-Ereignisse eine geringe Acoplanarity, also eine flache Verteilung, aufweisen. Das Signal liefert schon ab sehr kleinen Werten für die Acoplanarity stets mehr Einträge pro Bin als der Untergrund.

2.4. Eignung zur Ereignis-Unterscheidung

Nachdem im vorangegangenen Kapitel mehrere Shape-Variablen als Unterscheidungsmerkmal für die Vorlagenmethode diskutiert wurden, soll nun eine Auswahl erfolgen.

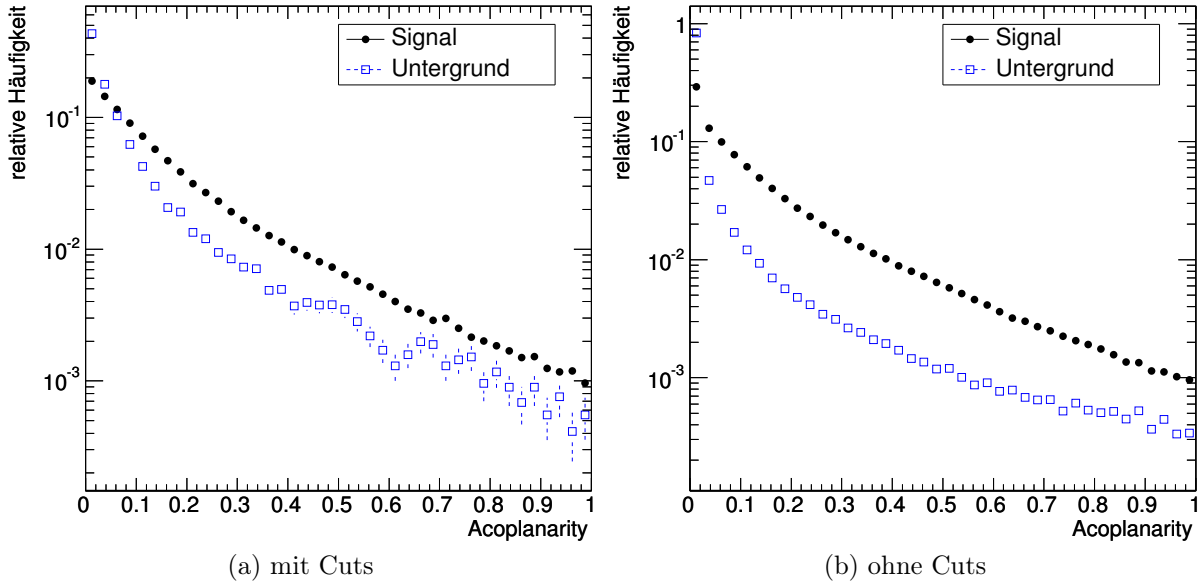


Abbildung 14: Auf eins normiertes Histogramm der Acoplanarity A'_M

Prinzipiell können unter Verwendung einer mehrdimensionalen Variante der Vorlagenmethode mehrere Merkmale zur Unterscheidung kombiniert werden, wodurch eine geringere Unsicherheit für den resultierenden Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}}$ erzielt werden kann. In dieser Arbeit soll jedoch davon abgesehen werden, um ein besseres Verständnis für die Grundlagen der Methode zu fördern.

Eine Shape-Variable (oder allgemeiner ein Unterscheidungsmerkmal) ist umso geeigneter, umso geringer der Überlapp der beiden Flächen im Histogramm ist. Eine ideale Verteilung wäre demnach gegeben, wenn die Histogramme der beiden Daten-Samples zum Beispiel jeweils eine Gauß-Verteilung aufweisen würden, deren Maxima sich so stark unterscheiden, dass die Überschneidung der Flächen vernachlässigbar wäre.

Im gegebenen Fall kann keine der bisher diskutierten Shape-Variable diesen idealen Ansprüchen genügen. Eine Unterscheidung ist zwar dennoch möglich, der so berechnete Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}}$ wird aber eine dementsprechend höhere Unsicherheit aufweisen.

Die Analyse soll nun im Folgenden beispielhaft an Hand der Shape-Variablen Centrality C_M und Sphericity S'_M durchgeführt werden, da sie nach Augenmaß in ihren Vorlagen größere Differenzen zwischen Signal und Untergrund aufweisen.

Die Eignung der zuvor diskutierten Shape-Variablen lässt sich per Augenmaß jedoch nur schwer beurteilen, da die Graphen für beide Datensätze stets ähnlich verlaufen. Nach der Analyse wird sich die Shape-Variable als geeigneter erweisen, mit der die Unsicherheit des ermittelten Wirkungsquerschnitts $\sigma_{t\bar{t}}$ kleiner ausfällt.

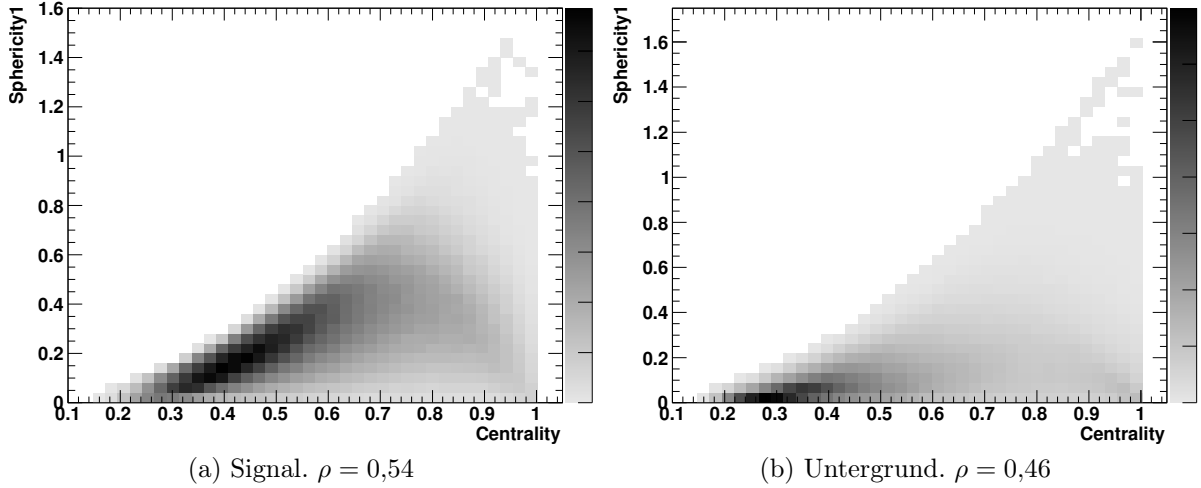


Abbildung 15: 2D-Histogramm von Sphericity S'_M und Centrality C_M . Die z -Achse stellt die Anzahl der Ereignisse da und ist auf den Wertebereich normiert.

2.5. Analyse der Korrelation

Für die mehrdimensionale Variante der Vorlagenmethode werden mehrere Shape-Variablen kombiniert, um auch mit sehr ähnlichen Shape-Verteilungen für Signal und Untergrund ein sehr genaues Ergebnis zu erhalten. Ein Informationszugewinn durch das Hinzuziehen weiterer Shape-Variablen ist jedoch nur gegeben, wenn die Shape-Variablen nicht korreliert sind.

Auch wenn die mehrdimensionale Vorlagenmethode in dieser Arbeit nicht benutzt wird, soll zumindest eine Kontrolle der Korrelation erfolgen, um eine sehr starke (Anti-)Korrelation zuvor ausgewählten Shape-Variablen auszuschließen. Die Ergebnisse können ebenso als Übersicht für zukünftige Berechnungen auf Basis der mehrdimensionalen Vorlagenmethode aufgefasst werden.

Um den Grad der Korrelation abzuschätzen, können die Shape-Variablen in einem 2D-Histogramm gegeneinander aufgetragen werden. In (Barlow 1989) kann hierzu eine gute Einführung gefunden werden. Liegen die Punkte im 2D-Histogramm überwiegend auf der Diagonalen, so sind die dem Histogramm zu Grunde liegenden Shape-Variablen korreliert oder antikorreliert. Scheinen die Punkte gleichmäßig verteilt zu sein, so sind die Shape-Variablen unkorreliert.

Der Abb. 15a, in der das Signal-Sample untersucht wurde, lässt sich demnach eindeutig entnehmen, dass eine Korrelation zwischen den beiden Größen Sphericity S'_M und Centrality C_M besteht. Für das Untergrund-Sample fällt dies nicht so eindeutig aus, wie aus Abb. 15b ersichtlich wird.

Es besteht auch die Möglichkeit, die Korrelation zu quantifizieren. Der Korrelationskoeffizient ρ ergibt sich zu null im Fall statistischer Unabhängigkeit zweier Messgrößen

x , y und beträgt 1 oder -1 im Fall von vollständiger Korrelation bzw. Antikorrelation.

$$\rho = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_{xx}\sigma_{yy}} \quad (27)$$

Hierbei finden die Standardabweichungen σ_{xx} und σ_{yy} der einzelnen Messgrößen Verwendung, wie auch die Kovarianz dieser beiden Größen.

$$\text{cov}(x, y) = \sigma_{xy}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (28)$$

N entspricht der Anzahl an Elementen x_i und y_i in der Menge, zu der die Kovarianz gesucht wird.

Berechnet man nun den Korrelationskoeffizient ρ , so erhält man die bei Abb. 15 bereits angegebenen Werte von ungefähr $\rho = 0,5$. Die Durchführung der Analyse mit der mehrdimensionalen Vorlagenmethode würde also bei der Verwendung von Centrality C und Sphericity S' auf Grund der vorhandenen Korrelation nur zu geringen Verbesserungen führen und darüber hinaus die Berechnung der Unsicherheiten erheblich erschweren.

Eine Übersicht zu den Korrelation aller Shape-Variablen ist im Anhang A enthalten.

2.6. Anpassungsrechnungen Poisson-Fit und χ^2 -Fit

Nachdem in Kap. 2.2 die Vorlagenmethode eingeführt worden ist und in Kap. 2.4 die Wahl der in dieser Arbeit verwendeten Unterscheidungsmerkmale erläutert worden ist, soll nun dargelegt werden, wie die Anteile der Vorlagen-Histogramme im Daten-Histogramm bestimmt werden.

Das hierfür verwendete Verfahren wird in der Literatur Maximum-Likelihood-Methode genannt. Es soll im Weiteren jedoch nicht allgemein hergeleitet, sondern nur soweit erläutert werden, wie es in Hinblick auf die Problemstellung dieser Arbeit notwendig ist. Der Fokus liegt auf der konkreten Durchführung.

Die Anpassungsrechnungen der Vorlagenmethode wird auf ein Minimierungsproblem zurückgeführt, bei der die im Vektor \vec{a} zusammengefassten Parameter der Funktionen $f_i(\vec{a})$ bestimmt werden. Die einzelnen Einträge im i -ten Bin der beiden Vorlagen-Histogramme seien mit v_i^1 und v_i^2 bezeichnet. Das Daten-Histogramm enthält die Einträge y_i . Nun müssen die Parameter a^1 und a^2 gefunden werden, für die für alle Bins i die Werte y_i und $f_i(\vec{a})$ möglichst gut übereinstimmen.

$$y_i \approx f_i = a^1 \cdot v_i^1 + a^2 \cdot v_i^2 = \vec{a} \cdot \vec{v}_i \quad (29)$$

Diese Forderung lässt sich auch anders formulieren. Die Funktionen $f_i(\vec{a})$ sollen derart festgelegt werden, dass die Wahrscheinlichkeit, die Werte y_i zu messen, maximal wird.

Wenn $p_i(\vec{a})$ angibt, wie hoch die Wahrscheinlichkeit für gewählte Parameter \vec{a} ist, y_i zu messen, so kann die Gesamtwahrscheinlichkeit wie folgt definiert werden.

$$L(\vec{a}) = \prod_{i=1}^N p_i(\vec{a}) \quad (30)$$

L wird Likelihood-Funktion genannt und gibt in Abhängigkeit der Parameter \vec{a} an, wie wahrscheinlich es ist, das Daten-Histogramm zu erhalten. N ist die Anzahl der Bins im Histogramm. Da die Verknüpfung der einzelnen $p_i(\vec{a})$ durch einfache Multiplikation realisiert wird, impliziert die Definition von $L(\vec{a})$ die Unabhängigkeit der einzelnen Bin-Einträge. Da die Gesamtwahrscheinlichkeit maximal sein soll, kann diese Bedingung genutzt werden, um die gesuchten Parameter \vec{a}_0 zu finden. a^j seien hier die Komponenten von \vec{a} .

$$\left. \frac{\partial}{\partial a^j} L(\vec{a}) \right|_{\vec{a}_0} = 0 \quad (31)$$

Da, wie im folgenden noch zu sehen sein wird, die $p_i(\vec{a})$ auf Exponentialfunktionen beruhen, die bei einer numerischen Berechnung durch den Computer viel Rechenzeit beanspruchen, wird nicht direkt die Likelihood-Funktion maximiert, sondern deren Logarithmus. Da die Standardalgorithmen für Numerik dafür ausgelegt sind, das Minimum einer Funktion zu bestimmen, wird letztlich $-\ln L(\vec{a})$ verwendet. Dieser Ausdruck entspricht der Minus-Log-Likelihood-Funktion und kann äquivalent benutzt werden.

$$-\left. \frac{\partial}{\partial a^j} \ln L(\vec{a}) \right|_{\vec{a}_0} = \underbrace{\frac{-1}{L(\vec{a}_0)}}_{\neq 0} \left. \frac{\partial}{\partial a^j} L(\vec{a}) \right|_{\vec{a}_0} = 0 \quad (32)$$

Die $p_i(\vec{a})$ entsprechen einer Binomialverteilung mit der Summe $n = \sum_{i=1}^N f_i$ über alle Bin-Einträge. Die normierten Wahrscheinlichkeiten für das i -te Bin werden mit ρ_i bezeichnet. Es gilt $\sum_{i=1}^N \rho_i = 1$.

$$p_i(\vec{a}) = B(y_i, n, \rho_i) = \binom{n}{y_i} \rho_i^{y_i} (1 - \rho_i)^{n-y_i} \quad \text{mit } \rho_i = f_i(\vec{a})/n \quad (33)$$

Da der Binomialkoeffizient die Berechnung von drei Fakultäten erfordert, deren technische Implementierung sehr rechenintensiv ist, werden in dieser Arbeit die Näherungen der Binomialverteilung verwendet.

- a) Für $n \rightarrow \infty$ und $\rho_i \rightarrow 0$ bei gleichzeitig endlichem Wert von $f_i(\vec{a})$ geht die Binomialverteilung in die Poissonverteilung über.

$$p_i(\vec{a}) = P(y_i, f_i(\vec{a})) = \frac{f_i^{y_i}}{y_i!} \exp(-f_i) \quad (34)$$

Setzt man nun diese Definition von $p_i(\vec{a})$ in Gl. (30) ein, so lässt sich die Minus-Log-Likelihood-Funktion formulieren, deren Minimum schließlich numerisch ermittelt

werden kann.

$$-\ln L = \sum_{i=1}^N [f_i(\vec{a}) - y_i \cdot \ln f_i(\vec{a}) + \ln(y_i!)] \quad (35)$$

Da bei der Variation der Parameter \vec{a} der letzte Term konstant bleibt, muss jener bei der Berechnung nicht berücksichtigt werden und wird daher gleich null gesetzt.

- b) Für $n \rightarrow \infty$ und große $\rho_i \sim f_i$ ist die Normalverteilung oder auch Gauß-Verteilung eine gute Näherung.

$$p_i(\vec{a}) = G(y_i, f_i[\vec{a}]) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - f_i}{\sigma_i}\right)^2\right] \quad \text{mit } \sigma_i = \sqrt{f_i(1 - f_i/n)} \quad (36)$$

Setzt man diese Formel wiederum in Gl. (30) ein, ergibt sich für die Minus-Log-Likelihood-Funktion die aus dem χ^2 -Test bekannte χ^2 -Summe. Für die Standardabweichung σ_i kann auch direkt die aus dem Experiment bestimmte Unsicherheit Δy_i eingesetzt werden. Da jene unter der Variation der Parameter \vec{a} konstant bleibt, kann der entsprechende Term bei der Minimierung null gesetzt werden.

$$-\ln L = \sum_{i=1}^N \left[\ln \sqrt{2\pi\sigma_i^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{y_i - f_i}{\sigma_i} \right)^2 \right] \quad (37)$$

$$= \frac{1}{2} \underbrace{\sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f_i}{\sigma_i} \right)^2}_{\chi^2} \quad (38)$$

Zur Umsetzung der numerischen Berechnungen sowie zur Erzeugung der Plots wurde das C++-Programmpaket ROOT (Brun u. Rademakers 1997, Version 5.26) verwendet. Die Minimierung der Minus-Log-Likelihood-Funktion erfolgte durch die in ROOT mitgelieferten Minuit2-Klassen.

Zusammenfassend lassen sich durch die hier beschriebene Vorgehensweise die Anteile zweier Vorlagen an einem Daten-Histogramm berechnen. Das Daten-Histogramm wird dabei als lineare Kombination der Vorlagen aufgefasst. Enthält das Daten-Histogramm noch Anteile nicht berücksichtigter Vorlagen (zum Beispiel im Daten-Histogramm verbliebener QCD-Untergrund), so wird das Ergebnis verfälscht oder kann nicht gefunden werden, falls die automatisierte Minimierung fehlschlägt.

In der Implementierung erwies es sich als günstiger, nicht direkt die Parameter a^1 und a^2 aus Gl. (29) in der Minimierung zu variieren, sondern das Verhältnis (engl. ratio) r von Signal zu Untergrund und die Summe s zu verwenden. Auf diese Weise kann die starke Antikorrelation von a^1 und a^2 umgangen werden.

$$r = a^1/a^2, \quad s = a^1 + a^2 \quad (39)$$

Für die Plots wurde das Ergebnis der Minimierung jedoch wieder in die andere Darstellung überführt.

2.7. Durchführung der Pseudo-Experimente

Um den Wirkungsquerschnitt des $t\bar{t}$ -Zerfalls zu bestimmen, werden zunächst simulierte Samples für das Signal ($t\bar{t}$ -Zerfall) und den Untergrund ($W^\pm + \text{Jets}$) benötigt. Aus diesen Samples lassen sich die jeweiligen Vorlagen für die ausgewählten Shape-Variablen Centrality C_M und Sphericity S'_M berechnen, welche in Abb. 8 respektive Abb. 10 zu sehen sind. Die hierfür erforderlichen Berechnungen wurden wiederum in C++ unter Verwendung der ROOT-Klassenbibliothek und deren Minimierungsroutinen implementiert.

Mit gegebenen Daten des ATLAS-Experiments, die eine möglichst hohe Anzahl an $t\bar{t}$ -Zerfällen beinhalten, kann man mit den bisher ausgeführten Methoden den Wirkungsquerschnitt berechnen. Da bisher jedoch nicht genügend Daten aufgezeichnet wurden, konnte die Analyse nicht mit experimentellen Daten durchgeführt werden.

Stattdessen werden Pseudo-Experiment durchgeführt, bei denen ein entsprechendes Daten-Histogramm unter Verwendung statistischer Mittel simuliert wird. Dies bietet einige Vorteile. So kann das einzelne Pseudo-Experiment sehr häufig durchgeführt werden. Die Anzahl der Versuche wird nur durch die Rechenleistung begrenzt. Für die hier beschriebenen Berechnungen wurde das Pseudo-Experiment stets 10 000 Mal durchgeführt. Aus den Fluktuationen der einzelnen Ergebnisse für den Wirkungsquerschnitt kann schließlich die Größe des Vertrauensbereiches festgelegt werden, welcher seine Gültigkeit bei einer späteren Berechnung mit experimentellen Daten beibehält.

Ausgangspunkt für das simulierte Daten-Histogramm sind die gleichen Samples, aus denen die Vorlagen gewonnen werden. Das Füllen des Histogramms erfolgt ebenfalls äquivalent, es wird allerdings keine Renormierung durchgeführt. Die Normierung der Histogramme ist somit durch die theoretischen Berechnungen der Ereignis-Generatoren gegeben und sollte denen im Experiment zu erwartenden entsprechen. Als nächstes werden beide Histogramme auf die gewünschte integrierte Luminosität skaliert $L_{\text{int.,soll}}$, falls jene von der durch SFrame bereitgestellten (1 pb^{-1}) abweicht.

$$b_{i,\text{skaliert}} = \frac{L_{\text{int.,soll}}}{1 \text{ pb}^{-1}} \cdot b_i \quad (40)$$

b_i ist der i -te Eintrag eines Histogramms. Es folgt die Poisson-Verschmierung der Histogramme für Signal und Untergrund, um dem Zufallscharakter des Experiments gerecht zu werden. Der neue Eintrag eines Bins $b_{i,\text{verschmiert}}$ wird durch das Würfeln einer Zufallszahl P_λ bei einer Poisson-Wahrscheinlichkeitsverteilung festgelegt, bei der der Erwartungswert λ auf den ursprünglichen Bin-Eintrag $b_{i,\text{skaliert}}$ gesetzt wird.

$$b_{i,\text{verschmiert}} = P_{\lambda=b_{i,\text{skaliert}}} \quad (41)$$

Nach diesem Schritt werden die Histogramme für das Signal und den Untergrund zum finalen simulierten Daten-Histogramm aufaddiert.

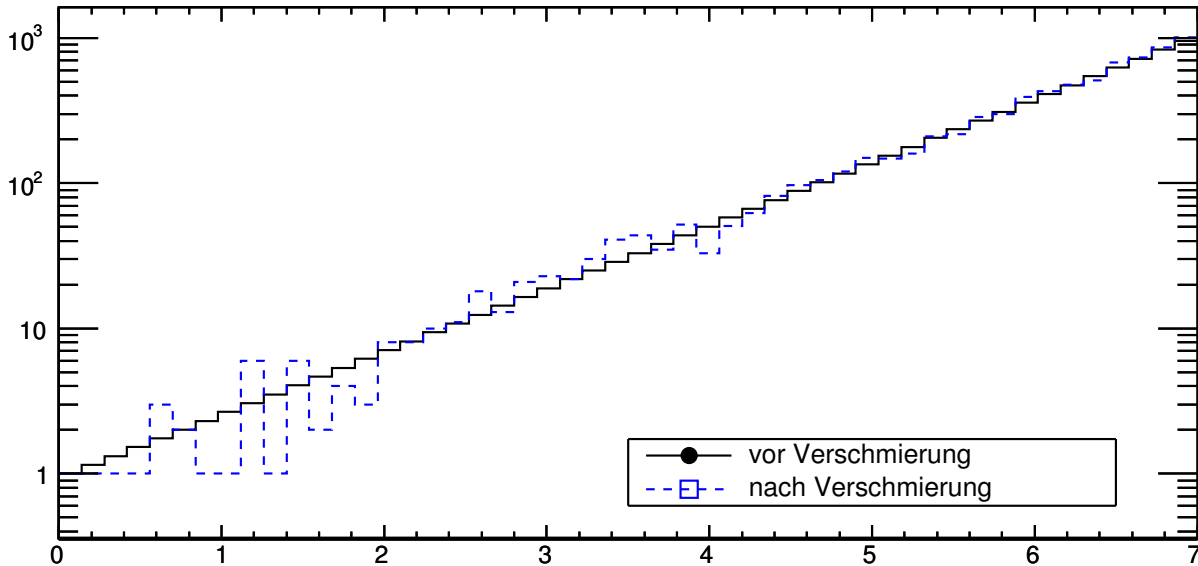


Abbildung 16: Poisson-Verschmierung. Zur Veranschaulichung wurde ein exponentieller Zusammenhang mittels der Poisson-Verteilung verschmiert. Für Bins mit höherer Anzahl von Einträgen nehmen die Fluktuationen ab.

Da die Verschmierung auf Zufallszahlen beruht, erhält man durch Wiederholung des Pseudo-Experiments eine Vielzahl von verschiedenen Histogrammen, die die Fluktuationen experimenteller Messungen widerspiegeln. Wird die integrierte Luminosität $L_{\text{int.,soll}}$ erhöht, so sinkt die durch die Poisson-Verschmierung erreichte Abweichung vom Erwartungswert und die Fluktuation fällt geringer aus. Dieses Verhalten deckt sich mit den Erwartungen an ein reales Experiment, bei dem eine höhere Statistik zu genaueren Ergebnissen führt. Zur Illustration sei hier Abb. 16 angeführt, die zeigt, dass die relative Abweichung durch die Verschmierung für Bins mit höheren Einträgen kleiner wird.

Für jedes simulierte Daten-Sample wurde die für die Vorlagenmethode notwendige Anpassungsrechnung durchgeführt. Die Ergebnisse für den absoluten Signalanteil konnten dann korrigiert werden, wodurch man direkt den Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}}$ erhält. Der Korrekturfaktor K enthält hierbei alle notwendigen Korrekturen, die in Kap. 1.8 und Kap. 2.1 bereits eingeführt wurden.

$$\sigma_{t\bar{t}} = \frac{\kappa \cdot k}{\varepsilon} \cdot a^1 = \frac{\kappa \cdot k}{\underbrace{\varepsilon}_K} \cdot r \cdot s = K \cdot r \cdot s \quad (42)$$

Alle Werte $\sigma_{t\bar{t}}$ wurden schließlich in ein Histogramm gefüllt, dessen Verlauf mit einer Gauß-Kurve gefittet werden konnte um den Mittelwert und die Standardabweichung zu erhalten (siehe Abb. 17 und Abb. 18).

2.8. Ergebnisse der Pseudo-Experimente

Das Pseudo-Experiment wurde in verschiedenen Varianten durchgeführt. Es wurde zur Minimierung die Minus-Log-Likelihood-Funktion auf Basis der Gauß- oder Poisson-Wahrscheinlichkeitsverteilungen benutzt um im direkten Vergleich die Eignung der beiden Funktionen bewerten zu können.

Weiterhin wurde die Berechnung für unterschiedliche integrierte Luminositäten $L_{\text{int.}}$ durchgeführt. Werte von 1, 10 oder 100 pb^{-1} wurden hierbei getestet. Auf diese Weise kann die Anzahl der notwendigen Ereignisse abgeschätzt werden, ab der die Berechnung des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{t\bar{t}}$ möglich wird.

Zuletzt wurde als Unterscheidungsmerkmal die Shape-Variable Centrality C oder aber die Sphericity S' verwendet. Insgesamt ergeben sich hieraus zwölf mögliche Kombinationen.

In Abb. 17 ist zu erkennen, dass bei höherer integrierter Luminosität die Breite der Gauß-Verteilung stark abnimmt. Das Ergebnis wird genauer. Dagegen ist bei einer Luminosität von $L_{\text{int.}} = 1 \text{ pb}^{-1}$ kein Fit mehr möglich. Dies bedingt sich durch die starke Poisson-Verschmierung, wie sie in Abb. 16 für kleine Bin-Füllstände illustriert wurde. Im Folgenden wird auf Experiment-Variationen mit einer Luminosität von $L_{\text{int.}} = 1 \text{ pb}^{-1}$ nicht weiter eingegangen.

In Abb. 17 lässt sich desweiteren gut erkennen, dass auch bei geringeren Luminositätswerten das Maximum der Gaußverteilung unter Benutzung des Poisson-Algorithmus seinen Wert behält. Nutzt man den Gauß-Algorithmus, so verschiebt sich das Maximum. Für den Gauß-Algorithmus wurde eine Näherung verwendet, die nur bei einer hohen Anzahl von Einträgen pro Bin gültig ist. Da dies bei einer sehr geringen Luminosität nicht mehr gegeben ist, liefert die Näherung verfälschte Ergebnisse.

In Abb. 18 werden die Resultate der beiden verwendeten Shape-Variablen gegenübergestellt. Eindeutig ist die Sphericity S' im Vergleich zur Centrality C besser geeignet, da die Standardabweichung wesentlich geringer ist. Ein so deutliches Ergebnis für die Eignung war aus den genormten Vorlagen-Histogrammen in Abb. 8 und Abb. 10 nicht absehbar.

In Tab. 3 sind die Ergebnisse für den Wirkungsquerschnitt des $t\bar{t}$ -Zerfalls zusammengefasst. Die Korrelation zwischen der Sphericity S' und der Centrality C verbietet die Bildung eines gewichteten Mittels. Jedoch kann aus den beiden Werten mit kleinster statistischer Unsicherheit (Sphericity S' bei $L_{\text{int.}} = 100 \text{ pb}^{-1}$) ein Mittel errechnet werden. Die halbe Differenz der Werte durch die verschiedenen Minimierungsalgorithmen kann als systematische Unsicherheit aufgefasst werden. Aus dem Korrekturfaktor K folgt ebenfalls eine systematische Unsicherheit, welche bisher noch unberücksichtigt geblieben ist und mit Gauß'scher Fehleraddition aufaddiert werden kann. Dabei wird die legitime Annahme getroffen, dass die Unsicherheiten aus Minimierungsalgorithmus und

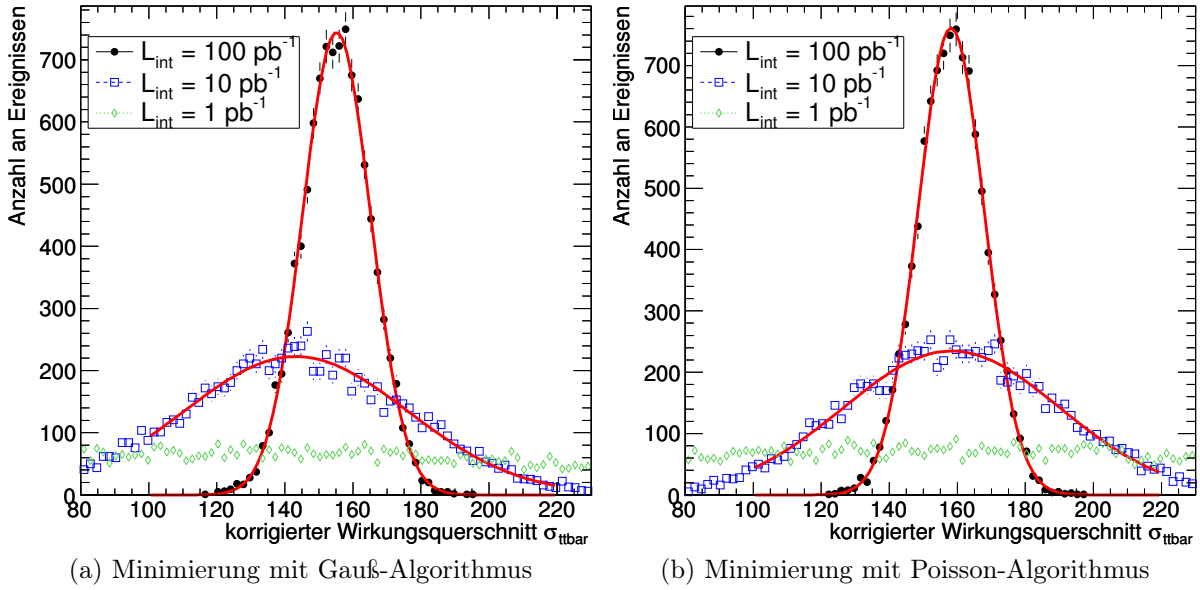


Abbildung 17: Korrigierter Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}}$ bei verschiedenen Luminositäten L_{int} . unter Verwendung der Sphericity S' . Bei kleineren Werten für L_{int} . verschiebt sich unter Verwendung des Gauß-Algorithmus das Ergebnis zu kleineren Werten für $\sigma_{t\bar{t}}$ hin.

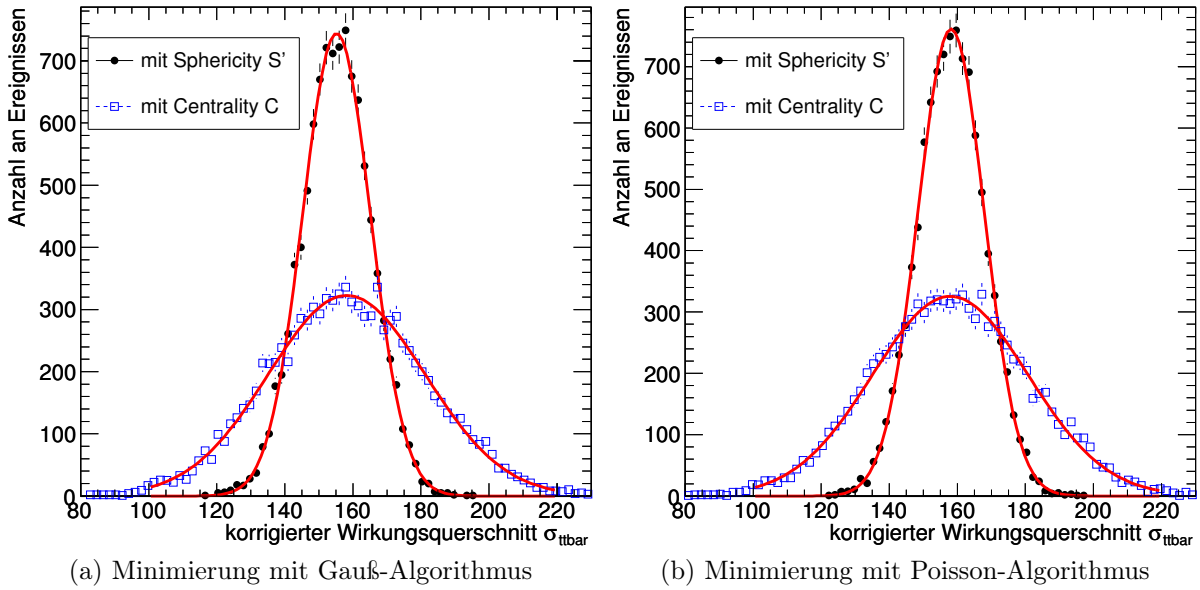


Abbildung 18: Korrigierter Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}}$ bei einer integrierten Luminosität $L_{\text{int}} = 100 \text{ pb}^{-1}$ und bei Verwendung der beiden Shape-Variablen im Vergleich.

Tabelle 3: Ergebnisse des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{t\bar{t}}$ in pb. Die systematische Unsicherheit des Korrekturfaktors K wurde hier noch nicht berücksichtigt.

Shape-Variable	Algorithmus	$L_{\text{int.}} = 10 \text{ pb}^{-1}$	$L_{\text{int.}} = 100 \text{ pb}^{-1}$
Sphericity S'	Poisson	158 ± 29	$158,2 \pm 10,0$
	Gauß	158 ± 29	$155,3 \pm 10,2$
Centrality C	Poisson	163 ± 73	158 ± 23
	Gauß	169 ± 80	158 ± 23

Verzweigungsverhältnis nicht miteinander korreliert sind. Eine Übersicht zu den Unsicherheiten ist in Tab. 4 zu finden. Es zeigt sich, dass die statistische Unsicherheit dominiert.

Nun kann das Ergebnis für den totalen Wirkungsquerschnitt des $t\bar{t}$ -Zerfalls $\sigma_{\text{tot.}}$ angegeben werden.

$$\sigma_{\text{tot.}} = (156,8 \pm 10,1_{\text{stat.}} \pm 1,8_{\text{syst.}}) \text{ pb} \quad (43)$$

Dieser Wert überlappt mit dem Theoriewert aus Gl. (3) im 1σ -Bereich. Die Unsicherheit des Theoriewerts wird hierbei null gesetzt, da er als exakt definierte Größe in die Berechnungen zur Ereignisgeneration einging. Die Abweichung der Zentralwerte beträgt ungefähr 3%.

Es besteht noch eine weitere Möglichkeit, die Genauigkeit der verwendeten Vorlagenmethode abzuschätzen. Hierfür werden nur die Daten eines einzelnen (Pseudo-)Experiments verwendet, wodurch sich das Verfahren für die Verwendung mit experimentell gewonnenen Daten sehr eignet, da in diesem Fall nur ein einziger Datensatz zur Verfügung steht.

Im 2D-Histogramm Abb. 19 der Minus-Log-Likelihood-Funktion wird die Ellipse der Höhenlinie auf dem Niveau Minimum $+1/2$ nach Höhe und Breite vermessen um Aussagen über die Unsicherheit der gefundenen Likelihood-Parameter treffen zu können⁶. Eine größere Ellipse deutet auf ein eher unscharfes Minimum hin und ist ein Anzeichen für eine höhere Unsicherheit der Ergebnisse der Minimierungsroutine. So ist die Ellipse bei einer höheren integrierten Luminosität wesentlich kleiner. Es soll nun die Ellipse aus Abb. 19a ausgewertet werden. Die Unsicherheiten Δr und Δs ergeben sich aus den Halbachsen der Ellipse.

$$\Delta r \approx 0,038, \quad \Delta s \approx 0,8 \quad (44)$$

Mit Gl. (42) und Gauß'scher Fehlerfortpflanzung lässt sich nun die statistische Unsicherheit abschätzen.

$$\frac{\Delta\sigma_{t\bar{t},\text{syst.}}}{\sigma_{t\bar{t}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2} \quad (45)$$

⁶Eine Herleitung zu diesem Zusammenhang befindet sich im Anhang B

Tabelle 4: Unsicherheiten des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\text{tot.}}$

Beschreibung	Typ	Unsicherheit [pb]
wiederholte Durchführung des Pseudo-Experiments	statistisch	10,1
alternative Methode bei einfacher Durchführung	statistisch	14,5
Wahl des Algorithmus (nach Gauß oder Poisson)	systematisch	1,5
Korrekturfaktor K	systematisch	1,0
gesamte systematische Unsicherheit	systematisch	1,8

Um eine auf das bisherige Ergebnis bezogene Abschätzung zu erhalten, werden in dieser Arbeit r und s nicht direkt aus der Abbildung Abb. 19a selbst entnommen. Stattdessen wird der jeweilige Mittelwert aus allen äquivalenten Pseudo-Experimenten verwendet. Dabei wird angenommen, dass zwar nicht die Lage der Ellipse bei diesen Experimenten konstant bleibt, jedoch aber näherungsweise ihre Größe.

Ist ein Experiment nur einmal durchgeführt worden, so kann natürlich kein Mittelwert gebildet werden. In diesem Fall muss dann das berechnete Minimum der Minus-Log-Likelihood-Funktion verwendet werden.

$$\bar{r} = 0,411, \quad \bar{s} = 60,57 \quad (46)$$

Nun lässt sich die relative Unsicherheit nach Gl. (45) bestimmen.

$$\frac{\Delta\sigma_{t\bar{t},\text{stat.}}}{\sigma_{t\bar{t}}} = 0,092 \quad (47)$$

Mit Gl. (43) ergibt sich daraus die absolute statistisch Unsicherheit $\Delta\sigma_{t\bar{t},\text{syst.}}$.

$$\Delta\sigma_{t\bar{t},\text{stat.}} = 14,5 \text{ pb} \quad (48)$$

Dieses Ergebnis stimmt mit dem bereits gefundenen Wert aus der Wiederholung der Pseudo-Experimente gut überein (siehe Tab. 4).

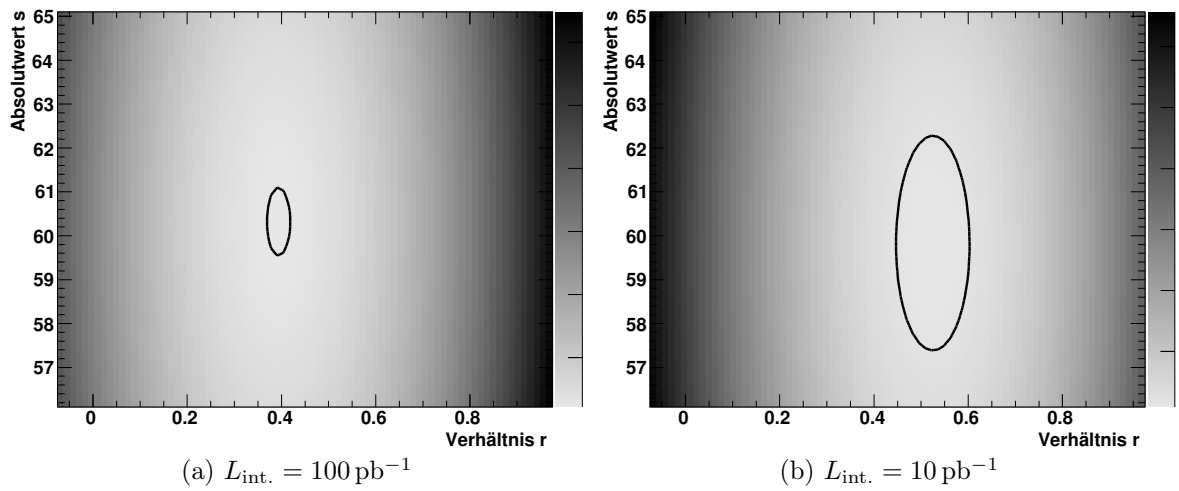


Abbildung 19: Beispiel für das 2D-Histogramm der Minus-Log-Likelihood-Funktion eines simulierten Daten-Samples. Die Ellipse markiert die Höhenlinie Minimum $+1/2$. Es wurde die Sphericity S' zusammen mit den Poisson-Algorithmus verwendet. Die z -Achse ist auf den Wertebereich der Minus-Log-Likelihood-Funktion normiert.

3. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die Unterscheidbarkeit zwischen $t\bar{t}$ -Zerfällen (Signal) und $W^\pm + \text{Jet}$ -Untergrund mittels Shape-Variablen untersucht. Mehrere Shape-Variablen wurden eingeführt und bezüglich ihrer Eignung untersucht. Es zeigte sich, dass die Eignung a-priori kaum einzuschätzen ist. Die Analyse wurde beispielhaft für die Shape-Variablen Centrality C und die Sphericity S' durchgeführt, wobei die Verwendung letzterer zu geringeren Unsicherheiten der Ergebnisse führte und sich somit als günstigere Wahl erwies.

Da geeignete experimentelle Daten noch nicht zur Verfügung standen, wurden experimentelle Daten innerhalb eines Pseudo-Experiments simuliert. Dies ermöglichte eine häufige Wiederholung, wodurch die Unsicherheit des Verfahrens bestimmt werden konnte.

Aus den simulierten Datensätzen der Ereignisgeneratoren für Signal und Untergrund konnten für die gewählten Shape-Variablen Vorlagen zur Verwendung in der Vorlagenmethode erstellt werden. Diese in dieser Arbeit eingeführte Methode erlaubte schließlich die Bestimmung des Wirkungsquerschnitts der $t\bar{t}$ -Zerfälle. Das erzielte Ergebnis weicht hierbei um 3% vom für die Simulation vorausgesetzten Theoriewert ab. Diese Abweichung wird sehr gut durch die aus Tab. 4 mit pythagoräische Addition berechnete Unsicherheit abgedeckt.

$$\sigma_{\text{tot.}} = (156,8 \pm 10,3) \text{ pb} \quad (49)$$

Dieses Ergebnis lässt jedoch noch Spielraum für Verbesserungen. So sollte die Analyse für weitere Shape-Variablen durchgeführt werden, wodurch die Unsicherheit möglicherweise noch weiter reduziert werden könnte. Ein guter Kandidat hierfür wäre die Shape-Variable Thrust T , da sie per Augenmaß auch größere Unterschiede in den Vorlagen für Signal und Untergrund aufweist. Doch auch hier nicht eingeführte Variablen mögen noch Potenzial für Verbesserungen bieten. Ein genaueres Ergebnis ließe sich auch durch die Ausschöpfung der Möglichkeiten, die eine mehrdimensionalen Vorlagenmethode bietet, erzielen.

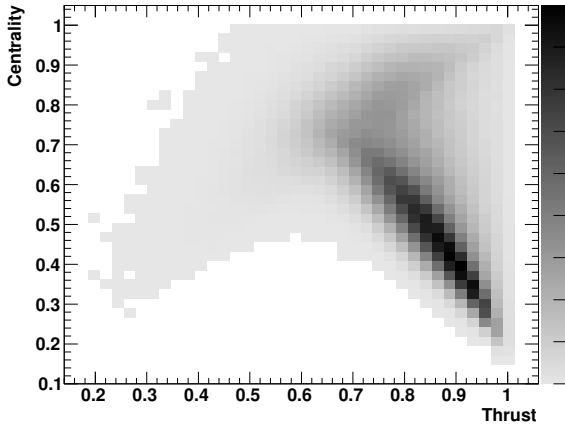
Für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts wurden Algorithmen nach Poisson- und Gauß-Wahrscheinlichkeitsverteilungen verwendet. Es zeigte sich, dass mit dem Poisson-Algorithmus bei geringeren integrierten Luminositäten ein besseres Ergebnis erzielt werden kann. Bei einer integrierten Luminosität von nur $L_{\text{int.}} = 1 \text{ pb}^{-1}$ war eine Berechnung mit beiden Algorithmen nicht mehr möglich. Ab $L_{\text{int.}} = 10 \text{ pb}^{-1}$ kann bereits der Wirkungsquerschnitt berechnet werden, jedoch beträgt die relative Unsicherheit fast 50%.

Einer genauen Überprüfung bedarf der QCD-Untergrund. Er wurde in der vorliegenden Arbeit auf Grund von Annahmen nicht untersucht, die es zu verifizieren und zu bewerten gilt.

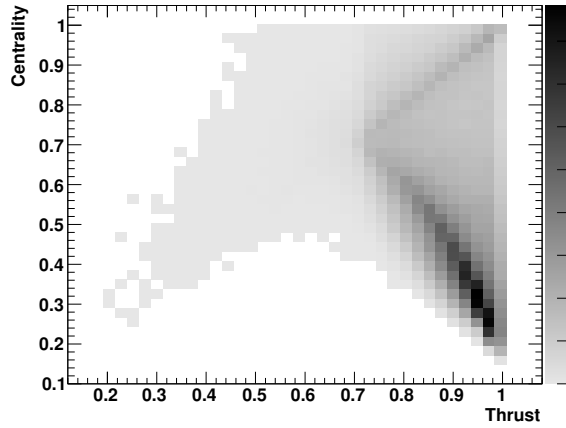
Nicht zuletzt wurden die Unsicherheiten der Messungen des Detektors für diese Analyse nicht berücksichtigt. So führt die Unsicherheit der Impulsmessung der Jets zu sehr unscharfen Shape-Verteilungen, die sich wiederum in einer bisher vernachlässigten Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{t\bar{t}}$ niederschlagen.

Schließlich bieten die in Kap. 2.1 erläuterten Bedingungen an die Daten noch Spielraum für Verbesserungen. So sollten bei einer künftigen Analyse die Cuts nach den aktuellen Maßgaben der ATLAS-Kollaboration neu eingestellt werden.

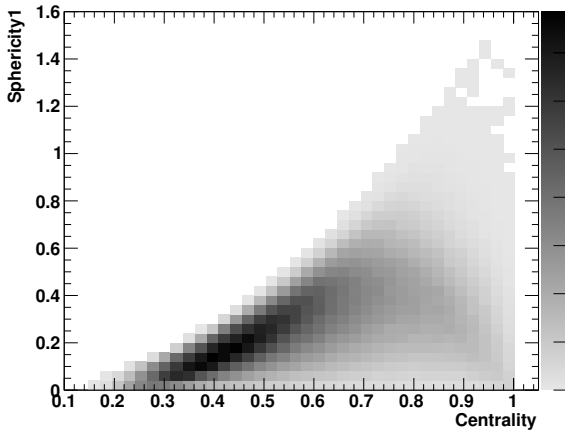
A. Korrelation weiterer Shape-Variablen



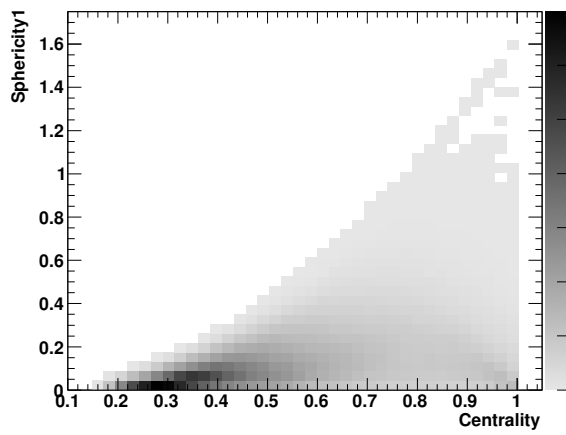
(a) C_M gegen T_M (Signal). $\rho = -0,48$



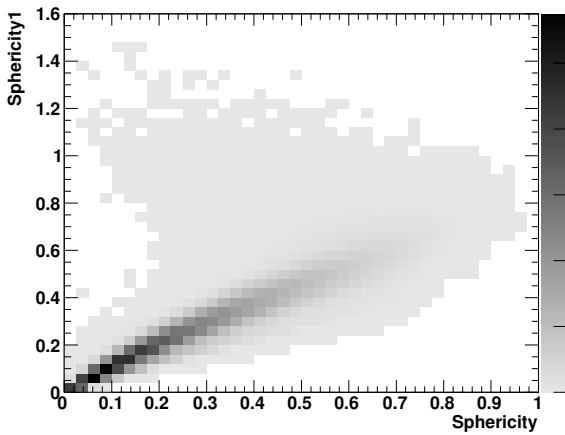
(b) C_M gegen T_M (Unterg.). $\rho = -0,38$



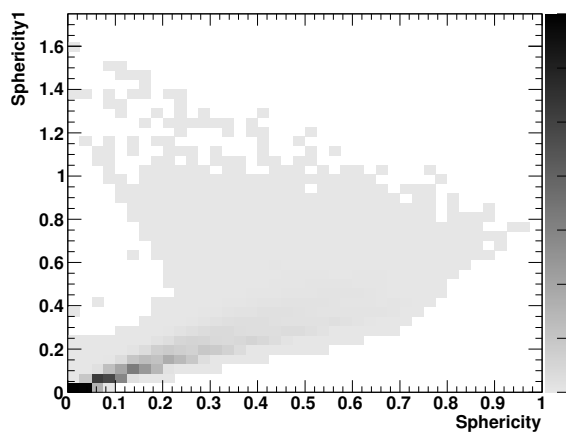
(c) S'_M gegen C_M (Signal). $\rho = 0,54$



(d) S'_M gegen C_M (Unterg.). $\rho = 0,46$

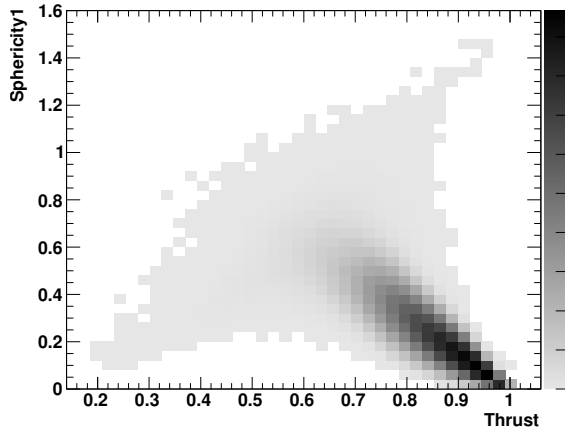


(e) S'_M gegen S_M (Signal). $\rho = 0,92$

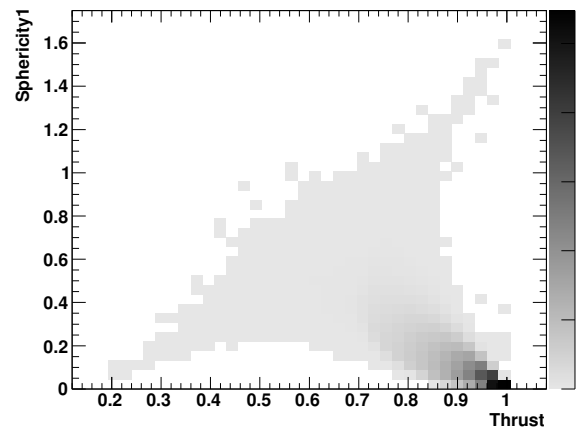


(f) S'_M gegen S_M (Unterg.). $\rho = 0,91$

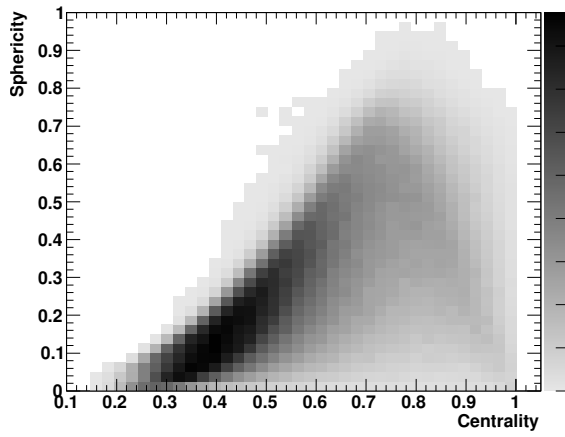
Abbildung 20: Korrelation zwischen den einzelnen Shape-Variablen. Die z -Achse stellt die Anzahl der Ereignisse da und ist auf den Wertebereich normiert.



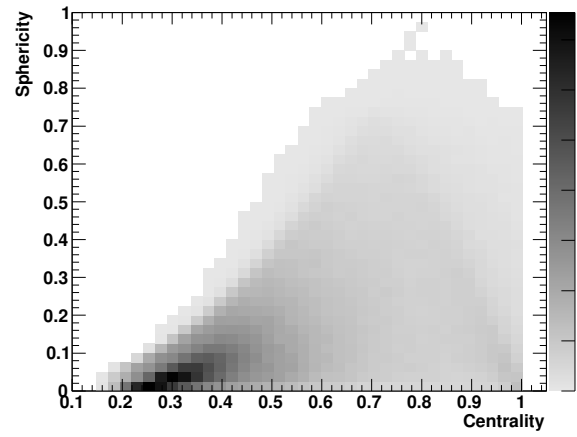
(g) S'_M gegen T_M (Signal). $\rho = -0,80$



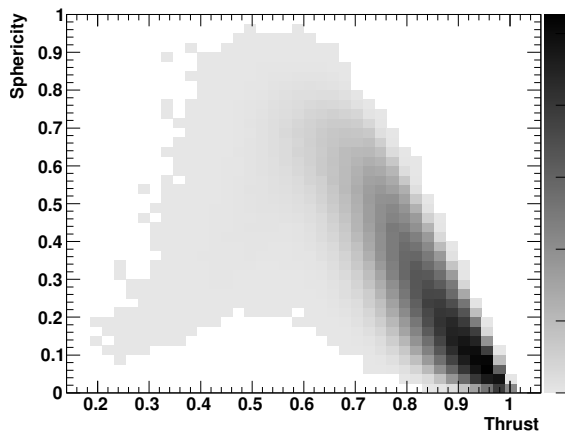
(h) S'_M gegen T_M (Unterg.). $\rho = -0,77$



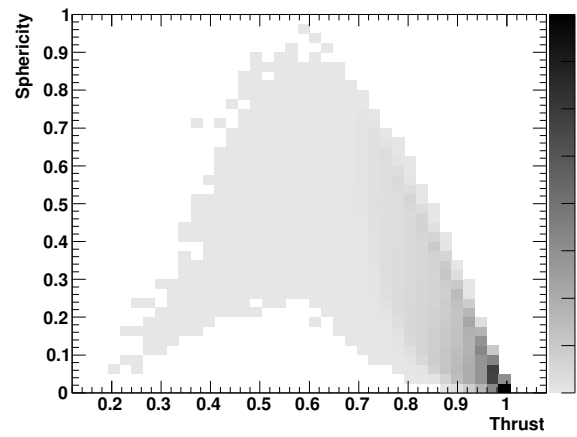
(i) S_M gegen C_M (Signal). $\rho = 0,57$



(j) S_M gegen C_M (Unterg.). $\rho = 0,49$



(k) S_M gegen T_M (Signal). $\rho = -0,82$



(l) S_M gegen T_M (Unterg.). $\rho = -0,82$

B. Unsicherheit der Minus-Log-Likelihood-Funktion

Bisher wurde ohne Beweis angenommen, dass der Höhenlinie Minimum $+1/2$ des 2D-Histogramms der Minus-Log-Likelihood-Funktion Aussagen über den 1σ -Bereich entnommen werden können. Der Nachweis soll nun in kurzer Form nachgeliefert werden. Eine ausführliche Beschreibung kann (Cowan 1998) entnommen werden.

Betrachtet werden die ungebinnten Messergebnisse x_i , wobei $i = 1..N$ ist. N bezeichnet die Anzahl der Wiederholungen äquivalenter Messungen, die einer Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsverteilung mit einer Varianz von σ^2 folgen sollen.

$$p(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (50)$$

Im Rahmen der Minimum-Likelihood-Methode ist der Parameter μ unbekannt, kann jedoch aus den Messwerten x_i bestimmt werden. Hierfür muss zunächst die Minus-Log-Likelihood-Funktion $-\ln L$ definiert werden. Äquivalent zur Rechnung in Kap. 2.6 erhält man:

$$-\ln L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \quad (51)$$

Der Erwartungswert μ lässt sich nun mittels des Minimums von $-\ln L$ berechnen.

$$-\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^N (\mu - x_i) = 0 \quad (52)$$

Nun soll ein weiteres mal nach μ differenziert werden.

$$-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \mu^2} = \frac{N}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma_\mu^2} = \text{konst.} \quad (53)$$

Im Ergebnis erhalten wir einen Zusammenhang zwischen der zweiten Ableitung der Minus-Log-Likelihood-Funktion und der Varianz des Erwartungswertes σ_μ^2 .

In der Taylor-Entwicklung zweiten Grades von $-\ln L$ um den Entwicklungspunkt μ_0 lassen sich nun diese Ableitungen einsetzen.

$$-\ln L(\mu) = -\ln L(\mu)|_{\mu_0} - (\mu - \mu_0) \underbrace{\frac{\partial \ln L(\mu)}{\partial \mu} \Big|_{\mu_0}}_{=0} - \frac{1}{2} (\mu - \mu_0)^2 \underbrace{\frac{\partial^2 \ln L(\mu)}{\partial \mu^2} \Big|_{\mu_0}}_{=-\sigma_\mu^{-2}} \quad (54)$$

Sei nun μ_0 das Minimum und möge $\mu = \mu_0 + \sigma_\mu$ sein, so finden wir die Werte für die Minimum-Likelihood-Funktion, die den 1σ -Bereich abgrenzen.

$$-\ln L(\mu_0 + \sigma_\mu) = \underbrace{-\ln L|_{\mu_0}}_{\text{Minimum}} + \frac{1}{2} \quad (55)$$

Im Falle einer von zwei Parametern abhängigen Likelihood-Funktion bilden alle Punkte, die dieser Höhenlinie entsprechen, eine Ellipse.

Literaturverzeichnis

Aad u. a. 2008

AAD, G. u. a.: The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider. In: JINST 3 (2008), S. S08003. <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/3/08/S08003>. – DOI 10.1088/1748-0221/3/08/S08003

Abachi u. a. 1995

ABACHI, S. u. a.: Observation of the top quark. In: Phys. Rev. Lett. 74 (1995), S. 2632–2637. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.2632>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.74.2632

Abe u. a. 1995

ABE, F. u. a.: Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions. In: Phys. Rev. Lett. 74 (1995), S. 2626–2631. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.2626>. – DOI 10.1103/PhysRevLett.74.2626

Agostinelli u. a. 2003

AGOSTINELLI, S. u. a.: GEANT4: A simulation toolkit. In: Nucl. Instrum. Meth. A506 (2003), S. 250–303. [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8). – DOI 10.1016/S0168-9002(03)01368-8

Amsler u. a. 2008

AMSLER, C. u. a.: Review of particle physics. In: Phys. Lett. B667 (2008), S. 1. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2008.07.018>. – DOI 10.1016/j.physletb.2008.07.018

Barger u. Phillips 1987

BARGER, V. ; PHILLIPS, R.: Collider Physics. Redwood City, USA : Addison-Wesley, 1987

Barlow 1989

BARLOW, R.: Statistics: A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences (Manchester Physics Series). Reprint. WileyBlackwell, 1989. – ISBN 0471922951

Brun u. Rademakers 1997

BRUN, R. ; RADEMAKERS, F.: ROOT: An object oriented data analysis framework. In: Nucl. Instrum. Meth. A389 (1997), S. 81–86. [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002\(97\)00048-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00048-X). – DOI 10.1016/S0168-9002(97)00048-X

Butterworth u. a. 1996

BUTTERWORTH, J. ; FORSHAW, J. ; SEYMOUR, M.: Multiparton interactions in photoproduction at HERA. In: Z. Phys. C72 (1996), S. 637–646. <http://dx.doi.org/10.1007/s002880050286>. – DOI 10.1007/s002880050286

Chakraborty u. a. 2003

CHAKRABORTY, D. ; KONIGSBERG, J. ; RAINWATER, D.: Review of top quark physics. In: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 53 (2003), S. 301–351. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.nucl.53.041002.110601>. – DOI 10.1146/annurev.nucl.53.041002.110601

Collins u. Soper 1987

COLLINS, J. ; SOPER, D.: The Theorems of Perturbative QCD. In: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 37 (1987), S. 383–409

Corcella u. a. 2001

CORCELLA, G. u. a.: HERWIG 6.5: an event generator for Hadron Emission Reactions With Interfering Gluons (including supersymmetric processes). In: JHEP 01 (2001), S. 010

Cowan 1998

COWAN, G.: Statistical data analysis. Oxford : Clarendon Press, 1998. – ISBN 0–19–850155–2

Evans u. Bryant 2008

EVANS, L. ; BRYANT, P.: LHC Machine. In: JINST 3 (2008), S. S08001. <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/3/08/S08001>. – DOI 10.1088/1748-0221/3/08/S08001

Frixione u. Webber 2002

FRIXIONE, S. ; WEBBER, B.: Matching NLO QCD computations and parton shower simulations. In: JHEP 06 (2002), S. 029

Haller 2010

HALLER, J.: SFrame - an analysis framework. <https://twiki.cern.ch/twiki/pub/Main/SFramePage>. Version: April 2010

Heinemann 2010

HEINEMANN, Beate: ATLAS EXPERIMENT - Public Results: Luminosity and Run Statistics Plots for 2010 Beam Data. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/Atlas/RunStatsPublicResults2010>, 2010

Kobayashi u. Maskawa 1973

KOBAYASHI, M. ; MASKAWA, T.: CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. In: Prog. Theor. Phys. 49 (1973), S. 652–657. <http://dx.doi.org/10.1143/PTP.49.652>. – DOI 10.1143/PTP.49.652

Langenfeld u. a. 2009

LANGENFELD, U. ; MOCH, S. ; UWER, P.: New results for $t\bar{t}$ production at hadron colliders. (2009)

Mangano u. a. 2003

MANGANO, M. ; MORETTI, M. ; PICCININI, F. ; PITTAU, R. ; POLOSA, A.: ALPGEN, a generator for hard multiparton processes in hadronic collisions. In: JHEP 07 (2003), S. 001

Moch u. Uwer 2008

MOCH, S. ; UWER, P.: Theoretical status and prospects for top-quark pair production at hadron colliders. In: Phys. Rev. D 78 (2008), S. 034003. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.78.034003>. – DOI 10.1103/PhysRevD.78.034003

Mouche 2006

MOUCHE, P.: Overall view of the LHC. Vue d'ensemble du LHC. <http://cdsweb.cern.ch/record/987579>. Version: September 2006

Pequenao 2008

PEQUENAO, J.: Computer generated image of the whole ATLAS detector. <http://cdsweb.cern.ch/record/1095924>. Version: März 2008

Rochester u. Butler 1947

ROCHESTER, G. ; BUTLER, C.: EVIDENCE FOR THE EXISTENCE OF NEW UNSTABLE ELEMENTARY PARTICLES. In: Nature 160 (1947), S. 855–857

Tevatron Electroweak Working Group 2010

TEVATRON ELECTROWEAK WORKING GROUP: Combination of CDF and DØ Results on the Mass of the Top Quark. (2010). – E-Print: arXiv 1007.3178

Zimmermann 2009

ZIMMERMANN, F.: CERN Upgrade Plans for the LHC and its Injectors. In: PoS EPS-HEP2009 (2009), Jul, 140. 5 p. <http://cdsweb.cern.ch/record/1211584>

Abbildungsverzeichnis

1.	Schematische Darstellung des LHC	2
2.	Schematische Darstellung des ATLAS-Detektors	4
3.	Top-Antitop-Paar-Produktion	7
4.	Zerfall des t -Quarks	8
5.	Generisches Beispiel für einen Untergrundprozess.	11
6.	Jet-Multiplizität	14
7.	Verteilungen im Raum	17
8.	Centrality C	19
9.	Sphericity S	20
10.	Sphericity S'	21
11.	Aplanarity A	22
12.	Thrust T	23
13.	Circularity C'	24
14.	Acoplanarity A'	25
15.	Korrelation von Sphericity S'_M und Centrality C_M	26
16.	Poisson-Verschmierung	31
17.	Korrigierter Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}}$ in Abhängigkeit von der Luminosität $L_{\text{int.}}$	33
18.	Korrigierter Wirkungsquerschnitt $\sigma_{t\bar{t}}$ bei Verwendung von versch. Shape-Variablen im Vergleich	33
19.	Beispiel für das 2D-Histogramm der Minus-Log-Likelihood-Funktion eines simulierten Daten-Samples	36
20.	Korrelation zwischen den einzelnen Shape-Variablen	I

Tabellenverzeichnis

1.	Eigenschaften der verwendeten Samples	12
2.	Anzahl der Ereignisse und Reinheit v des Signals	15
3.	Ergebnisse des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{t\bar{t}}$ in pb	34
4.	Unsicherheiten des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\text{tot.}}$	35

Danksagungen

Als ich vor über einem Jahr mein Praktikum beim DESY (Zeuthen) begonnen habe, wurde ich sehr freundlich aufgenommen. Die gesamte TOP⁷-Arbeitsgruppe hat sich von Beginn an bis hin zur Fertigstellung meiner Bachelorarbeit sehr viel Zeit genommen, um meine vielen Fragen zu beantworten.

Es war zunächst nicht ganz einfach, die vielen neuen Herausforderungen – oft technischer Natur – zu meistern. Ich denke jedoch, dass die Bemühungen nicht vergebens waren und ich doch sehr vieles dazu gelernt habe.

Ich möchte mich daher bei allen Personen bedanken, die mir bei dieser Arbeit geholfen haben, insbesondere bei:

- Clemens und Sascha, die mich durchgehend bei allen Problemen unterstützten und so oft die Antwort sofort parat hatten.
- Hongbo, Valentina, Christoph und Conrad, die ebenfalls immer für mich Zeit hatten.
- Thomas. Unsere gegenseitige Hilfe war stets wertvoll.
- Ulrich, der meine Arbeit nicht nur formal betreut hat, sondern mir ebenfalls bei meinen Problemen stets zur Seite stand und mir auch unzählig viele Tipps beim Schreiben meiner Bachelorarbeit gegeben hat.

Zuletzt möchte ich auch bei meiner Familie und Marie bedanken, die mich während meines Studiums stets unterstützt haben.

⁷Top as Key to LHC Physics

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Robert Riemann

Berlin, den 2. September 2010

Ort, Datum